

ANÁLISE NUMÉRICA EM UMA LIGAÇÃO DE TRELIÇA COM CHAPA METÁLICA DENTADA

Leonardo de Paula Cordeiro
39533

**Relatório Final da Dissertação apresentado à
Escola Superior de Tecnologia e de Gestão
Instituto Politécnico de Bragança**

**Para a obtenção do grau de Mestre em
Engenharia da Construção**

Novembro 2019



INSTITUTO POLITÉCNICO DE BRAGANÇA
Escola Superior de Tecnologia e de Gestão



ANÁLISE NUMÉRICA EM UMA LIGAÇÃO DE TRELIÇA COM CHAPA METÁLICA DENTADA

Leonardo de Paula Cordeiro

Relatório Final da Dissertação apresentado à
Escola Superior de Tecnologia e de Gestão
Instituto Politécnico de Bragança

Para a obtenção do grau de Mestre em
Engenharia da Construção

No âmbito da dupla diplomação com a
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Orientador: Prof.º Manuel de Teixeira Braz César
Coorientador: Prof.º Carlos Francisco Pecapedra Souza

Novembro 2019

Agradecimentos

Alcançar esta etapa em minha carreira não seria possível sem toda colaboração, auxílio, carinho, e dedicação de todos que passaram pela minha vida ao longo do meu percurso de formação. Por esta razão, eu não poderia deixar de agradecer a todos e todas que, direta ou indiretamente, contribuíram para minha chegada até aqui.

Agradeço a Deus por estar sempre me dando força e saúde durante as etapas da minha vida.

Agradeço aos meus professores que estiveram sempre presentes durante a minha formação desde meu primeiro ano na universidade. E nomeadamente meus orientadores Manuel Teixeira Braz César e Carlos Francisco Pecapedra Souza.

À minha mãe, Sirlei, e ao meu pai, Isaías, que nunca mediram esforços para proporcionar as condições para que eu fosse capaz de realizar meus sonhos. Sem o seu amor e apoio nada disso seria possível.

Ao meu irmão, Lucas, com quem eu tenho aprendido mais a cada dia.

Agradeço a minha madrinha Mariza, quem teve papel fundamental em proporcionar condições para realização da minha graduação.

Também agradeço a todos os meus amigos e familiares que me admiram, me apoiaram e que sempre acreditaram nas minhas capacidades. Destaco aqui meus amigos que estiveram comigo em Bragança durante este último ano, foi um ano muito intenso e tenho certeza que nossa amizade continuará com essa intensidade independentemente de onde estivermos no futuro.

Por fim, agradeço ao IPB e a UTFPR por proporcionar essa experiência de grande importância para minha carreira pessoal e profissional.

Resumo

A madeira é um dos principais materiais de construção usados atualmente. Utilizado desde pequenas construções até grandes obras de arte, seu uso, além de trazer algumas vantagens ambientais, proporciona vantagens econômicas em seu processo de pré-fabricação. Um dos sistemas mais amplamente utilizados nos processos de pré-fabricação industrial para unir elementos de madeira é a chapa metálica dentada (CMD). Seu uso implica num complexo processo de projeto e dimensionamento, mais precisamente na obtenção dos esforços resultantes nas linhas de ruptura das placas. Neste trabalho, são estudados cinco modelos da transferência de esforços em linhas de ruptura de ligação em CMD com a finalidade da obtenção dos esforços resultantes. Os esforços resultantes são obtidos nas linhas de ruptura de uma ligação estudo de caso e verificados de acordo com as prescrições dadas pelo Eurocódigo 5. São determinados os esforços mais críticos obtidos através de cada modelagem e são verificadas características de criticidade de cada modelo através da comparação entre os esforços críticos e os esforços obtidos em cada método. Apesar da ser possível realizar uma análise com a combinação crítica, seu uso não se mostra interessante na verificação dos critérios de dimensionamento.

Palavras-chave: madeira; treliça; ligação metálica, chapa metálica dentada

Abstract

Wood is one of the main building materials used today. Used from small buildings to large works of art, its use, besides bringing some environmental advantages, provides economic advantages in its prefabrication process. One of the most widely used systems in industrial prefabrication processes for joining wood elements is the punched metal plate fastener (CMD). Its use implies a complex design and sizing process, more precisely in obtaining the resulting efforts in the plate rupture lines. In this work, five models of stress transfer on break lines of CMD connections are studied in order to obtain the resulting stresses. The resulting stresses are obtained on the breaking lines of a case study connection and verified according to the requirements given by Eurocode 5. The most critical stresses obtained by each modeling are determined and the criticality characteristics of each model are verified by comparison. between the critical efforts and the efforts obtained in each method. Although it is possible to perform an analysis with the critical combination, its use is not interesting in checking the sizing criteria.

Keywords: timber; truss; nail plate; punched metal plate fastener

Conteúdo

1. INTRODUÇÃO	1
1.1. Considerações Iniciais	1
1.2. Descrição do Problema	2
1.3. Objetivos do Trabalho.....	2
1.4. Organização da Dissertação	3
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	4
2.1. Considerações Iniciais	4
2.2. Ligações em Estruturas de Madeira.....	5
2.3. Enquadramento Normativo.....	7
2.4. Madeira como Material de Construção.....	8
2.4.1. Classificação das Árvores	9
2.4.2. Madeira como Elemento Estrutural	10
2.5. Modelagem de Treliças.....	11
2.5.1. Modelagem Avançada Utilizando Elemento de Ligação Fictício.....	13
2.5.2. Cálculo da Rigidez da Mola.....	14
2.6. Ligação com Chapas Metálicas Dentadas.....	14
2.6.1. Prescrições Gerais	16
2.6.2. Propriedades de Resistência da Chapa.....	17
2.6.3. Cálculo de Resistência da Ancoragem da Ligação	18
2.6.4. Cálculo de Resistência das Linhas de Ruptura CMD	20
3. METODOLOGIA.....	23
3.1. Considerações Iniciais	23
3.2. Método Analítico – Modelo 1: Transposição Direta de Esforços.....	26
3.3. Método Analítico – Modelo 2: Distribuição Proporcional de Esforços	28
3.4. Método Analítico – Modelo 3: Distribuição por Linhas Fictícias	29
3.5. Ferramentas para Modelagem Computacional	31

3.5.1. Ligação Rígida	31
3.5.2. Ligação Elástica	32
3.6. Simulação 1 – Ligação Rígida	33
3.7. Simulação 2 – Ligação Composta.....	35
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES	38
4.1. Combinação Crítica	42
5. CONCLUSÕES	45
5.1. Trabalhos Futuros	46
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	47
A. FOLHA DE CÁLCULO – VERIFICAÇÃO DA ÁREA DE ANCORAGEM DA LIGAÇÃO	49
B. FOLHA DE CÁLCULO – MODELO 1	58
C. FOLHA DE CÁLCULO – MODELO 2.....	65
D. FOLHA DE CÁLCULO – MODELO 3.....	72
E. FOLHA DE CÁLCULO – SIMULAÇÃO 1	80
F. FOLHA DE CÁLCULO – SIMULAÇÃO 2	87
G. FOLHA DE CÁLCULO – COMBINAÇÃO CRÍTICA.....	94

Índice de Tabelas

Tabela 1 - Eurocódigos publicados	8
Tabela 2 - Propriedades de alguns materiais de construção	10
Tabela 3 - Propriedades da CMD 152x203x1.5mm	24
Tabela 4 - Valores de rigidez da mola.....	25
Tabela 5 - Valores de rigidez da mola por região.....	33
Tabela 6 - Valores de rigidez das molas equivalentes.....	37
Tabela 7 - Verificação da resistência da área de ancoragem dos nós.....	38
Tabela 8 - Esforços resultantes nas linhas de ruptura.....	39
Tabela 9 - Verificação das linhas de ruptura	40
Tabela 10 - Combinação crítica de esforços atuantes nas linhas de ruptura	42
Tabela 11 – Identificação dos métodos críticos para cada linha de ruptura	42
Tabela 12 – Verificação das linhas de ruptura da combinação crítica	43
Tabela 13 - Comparação valores críticos nas linhas de ruptura	44

Índice de Figuras

Figura 1 – Representação de uma Ligação do tipo K.....	3
Figura 2 – Ligação em Treliça por Entalhe	6
Figura 3 – Chapa Metálica Dentada	7
Figura 4 – Estrutura Macroscópica da Madeira.....	9
Figura 5 – Diferentes tipos de treliças de madeira com ligação CMD utilizadas em coberturas	11
Figura 6 – Modelos de Modelagem de Treliças	12
Figura 7 – Modelagem de Ligações CMD com elemento fictício	13
Figura 8 – Representação de Ligação por CMD	15
Figura 9 – Prensagem de uma ligação CMD.....	16
Figura 10 – Notação adotada para caracterização da ligação CMD.....	16
Figura 11 – Representação dos esforços excêntricos à A_{ef}	19
Figura 12 – Definição de h_{ef}	20
Figura 13 – Linha de ruptura	20
Figura 14 – Dimensões da ligação.....	23
Figura 15 – Esforços resultantes nas áreas de ancoragem.....	24
Figura 16 – Representação dos esforços aplicados nas linhas de ruptura	26
Figura 17 – Representação da geometria de uma ligação e esforços aplicados	27
Figura 18 – Resultante de esforços aplicados na linha de ruptura.....	27
Figura 19 – Transposição das reações entre linhas de ruptura	28
Figura 20 – Proporção entre linhas de ruptura	29
Figura 21 – Posição da linha composta	30

Figura 22 – Reação de esforços na linha composta.....	31
Figura 23 – Rigid link.....	32
Figura 24 – Elastic link.....	32
Figura 25 – Representação da Simulação 1: Ligação Rígida para uma região de ancoragem	34
Figura 26 – Esforços Resultantes da Simulação 1.....	34
Figura 27 – Representação da Simulação 2 – Ligação Composta.....	36
Figura 28 - Gráfico Esforços Solicitantes na Placa nas Linhas de Ruptura	41
Figura 29 - Gráfico Verificação Linhas de Ruptura.....	41

Índice de Abreviaturas

CMD – Chapa Metálica Dentada

EC5 – Eurocode 5

2D – Duas dimensões

3D – Três dimensões

Capítulo 1

Introdução

1.1. Considerações Iniciais

A engenharia vem cada vez mais buscando aperfeiçoar suas técnicas afim de encontrar soluções cada vez mais práticas e rápidas para solucionar problemas e satisfazer as necessidades cotidianas do mundo atual. Na construção civil não poderia ser diferente, tendo em vista que com o crescimento populacional e o aumento de grandes centros, cada vez mais são exigidos desenvolvimentos de novas metodologias que sejam capazes de desempenhar as mesmas ou novas funções de maneira mais rápida e eficiente.

A fim de satisfazer estas necessidades do mundo atual, a industrialização de materiais e o aperfeiçoamento de processos construtivos na construção civil têm se tornado imprescindível, principalmente pela evidente necessidade em aliar soluções de problemas com o seu custo-benefício.

Além disso, a utilização da madeira, como sendo um material natural, é uma das alternativas quando se diz respeito à utilização de materiais que menos agredem ao meio ambiente.

Devido às grandes dimensões e a geometria necessária na confecção dos sistemas estruturais de madeira, geralmente é necessária a utilização de emendas e ligações entre os elementos. Estas emendas e ligações podem ser feitas através da utilização de pregos, cavilhas, parafusos ou entalhes, mas quando se fala da industrialização do processo de construção em madeira faz-se necessária a utilização de um sistema que proporcione uma

padronização e que permita uma montagem mais rápida e eficiente dos sistemas estruturais. Portanto, uma alternativa é a utilização de CMD.

Chapas metálicas dentadas (CMD) são placas metálicas com dentes estampados através de um processo de prensa utilizados na ligação plana entre elementos de barra em estruturas de madeira. A ligação é composta por duas chapas aplicadas em ambos os lados da região de ligação e a ancoragem é dada através da cravação dos dentes na superfície da madeira. No entanto, o dimensionamento de ligações de estruturas de madeira com chapas metálicas dentadas deve levar em consideração diversos fatores geométricos, além da necessidade de se ter o conhecimento de suas características mecânicas e seu comportamento estrutural.

1.2. Descrição do Problema

Para o desenvolvimento do dimensionamento de chapas metálicas dentadas, modelos simplificados devem ser adotados para modelar o seu comportamento estrutural, neste processo de dimensionamento a maior barreira encontrada é a elaboração de um modelo que mais fidedignamente represente a distribuição real dos esforços que são transmitidos para as linhas de ruptura das chapas para que assim seja possível uma melhor análise do comportamento das mesmas em caso de ruptura.

Os fabricantes de chapas metálicas dentadas estão sempre em busca de diferentes algoritmos e estratégias de solução para os problemas enfrentados ao realizar estes dimensionamentos, tendo em vista que o dimensionamento plástico apresentado pelo Eurocode 5 não pode ser resolvido de maneira trivial quando a ligação é composta por várias linhas de ruptura, nem mesmo quando utilizado de recursos computacionais [1].

1.3. Objetivos do Trabalho

Buscando apresentar uma contribuição no que diz respeito ao estudo de dimensionamento de ligações em placas metálicas dentadas, o presente trabalho tem como objetivo a aplicação e avaliação de cinco modelos numéricos para efeito de comparação entre elas a fim de avaliar os esforços resultantes nas linhas de ruptura. Para isso será realizado o dimensionamento de uma ligação do tipo CMD em estrutura de treliça de madeira com base

em um estudo de caso de ligação do tipo K, composta por uma barra horizontal, e duas diagonais, como mostra a Figura 1. Por fim, pretende-se analisar os esforços obtidos nas linhas de ruptura através de cada método e realizar as verificações prescritas em normas com a finalidade de através da combinação mais crítica observar quais os modelos que geram os esforços mais críticos para as linhas de ruptura.

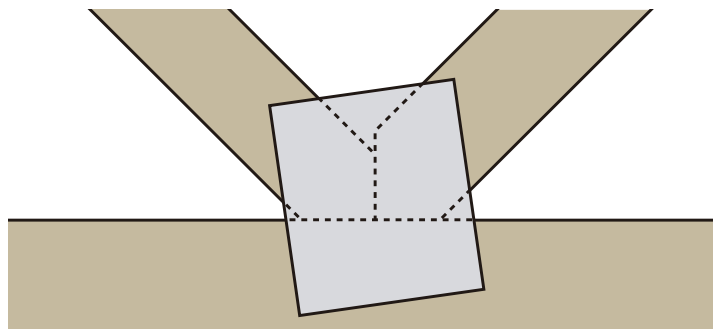


Figura 1 – Representação de uma Ligação do tipo K

1.4. Organização da Dissertação

Para um melhor entendimento sobre o processo necessário para atingir os objetivos apresentados na seção anterior, o presente projeto será dividido em cinco capítulos. Neste primeiro capítulo, buscou-se introduzir a problemática do que diz respeito ao dimensionamento de chapas metálicas dentadas para a ligação de elementos estruturas em treliças de madeira, assim como introduzir os elementos utilizados em ligações do tipo CMD.

No Capítulo 2, Fundamentação Teórica, serão apresentadas as principais prescrições normativas no que se diz respeito ao dimensionamento de estruturas de madeira e ligações metálicas em estruturas de madeira, apresentando os tipos de ligações utilizados e os métodos para verificação da sua resistência baseados nos critérios dados pelo EC5.

O Capítulo 3, Metodologia, apresentará os métodos utilizados para a modelação dos modelos de cálculo propostos para o dimensionamento das chapas metálicas dentadas utilizadas na ligação de estruturas de madeira.

No Capítulo 4, Resultados e Discussões, serão apresentados os resultados obtidos através das modelagens e simulações realizadas a fim de analisar no Capítulo 5, Conclusões, o efeito de cada método na avaliação dos critérios de análise de resistência.

Em anexo serão apresentadas as folhas de cálculo utilizadas para a elaboração das simulações.

Capítulo 2

Fundamentação Teórica

2.1. Considerações Iniciais

A cobertura de uma edificação é o elemento responsável pela proteção contra intempéries naturais, como a chuva, ventos, sol, neve e afins, sem perder a sua estabilidade estrutural durante toda a sua vida útil [2].

O sistema mais convencional de montagem da cobertura de madeira é composto de tesouras ou asnas, do tramo, que é formado por um emaranhado de madeiras (caibros e ripas) que realizam a distribuição dos esforços resultantes da última camada composta por telhas [3].

As tesouras são geralmente compostas por um sistema treliçado vertical de madeira, devido ao fato deste ser o sistema que permite a maior exploração do potencial do material em uso [2].

Sua função estrutural é a de receber e transferir as cargas recebidas do tramo para o ponto de apoio da maneira mais eficiente e econômica [4].

A cobertura é composta por diversas treliças postas longitudinalmente na edificação, formando uma estrutura espacial. A modelagem dessa treliça espacial é parte de um complexo estudo em três dimensões, o que acaba por demandar muito tempo, tanto na etapa da modelagem quanto na etapa de projeto. No caso de uma modelagem em 3D diversos outros fatores devem ser levados em consideração quando comparado com uma modelagem

plana, como a relação da rigidez em cada junção entre elementos e as excentricidades entre eles [5].

Além do mais, para garantir a estabilidade da treliça em seu plano, e proporcionar a distribuição dos esforços nela aplicados até seus apoios, suas barras devem ser conectadas entre si através de sistemas de ligação, como as chapas metálicas dentadas. Para o seu dimensionamento, diversos fatores devem ser levados em consideração, desde aspectos geométricos até a resistência em suas direções principais, tendo em vista que possuem características diferentes em diferentes direções.

Neste capítulo, serão então apresentadas definições importantes a respeito da utilização de estruturas de madeira em coberturas de telhados, assim como da utilização e dimensionamento de ligações em CMD.

2.2. Ligações em Estruturas de Madeira

Devido a sua grande utilização na construção civil em estruturas de coberturas como treliças de coberturas, a industrialização dos processos construtivos para a fabricação das treliças em madeira traz algumas vantagens para o sistema estrutural, entre elas um maior controle de qualidade da construção, uma melhor padronização dos processos de produção, assim como a diminuição do tempo de serviço no canteiro de obras.

Para garantir a ligação entre elementos de madeira e tornar possível a utilização de elementos de maiores dimensões, tendo em vista que a madeira como elemento natural possui dimensões restritas, é necessária a utilização de elementos de ligação, que são responsáveis por realizar a transmissão dos esforços recorrentes da aplicação das cargas, para que assim os elementos possam trabalhar como um sistema integrado. Estas ligações podem ser dadas de maneira tradicional, como se têm feito desde os primórdios com a utilização apenas da madeira em si através da execução de entalhes, como mostra a Figura 2, da colagem entre os elementos de barra ou também com o auxílio de elementos metálicos como cavilhas e elementos planos [6].



Figura 2 – Ligação em Treliça por Entalhe
Fonte: Vermont Timber Works [7]

Ligações do tipo cavilha são normalmente submetidas a esforços de flexão e corte e a transmissão dos esforços é realizada na superfície de furação através da pressão que ela faz na madeira. Já nos elementos do tipo plano, a força a ser transmitida é dada de maneira distribuída na superfície da madeira que está em contato com a chapa [8].

Dentre os elementos metálicos de ligação do tipo plano utilizados para a junção de elementos de madeira, o presente trabalho tem seu foco na chapa metálica dentada, representada na Figura 3, que é definida pelo Eurocode 5 como sendo uma placa metálica com projeções perfuradas em uma direção perpendicular à sua base utilizada para unir duas ou mais peças de madeira da mesma espessura e no mesmo plano [9]. Os dentes estampados na chapa metálica são cravados na madeira, assegurando assim a transmissão de forças aplicadas nas barras de madeira para as chapas.

A chapa metálica dentada é fabricada comumente de maneira industrializada para a execução de treliças de madeira, não sendo realizada *in loco*, o que implica na facilitação da execução destas, tornando o processo mais ágil e garantindo um melhor controle da qualidade de produção, enquanto não executado no canteiro de obras.

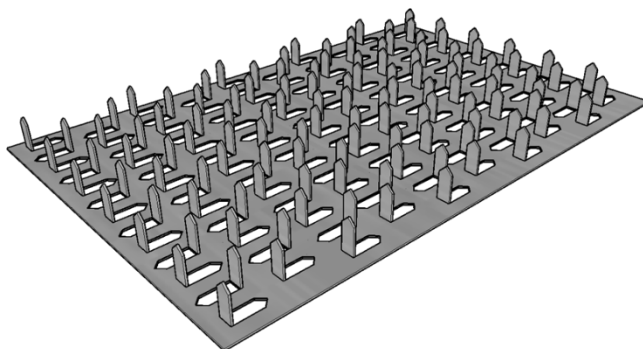


Figura 3 – Chapa Metálica Dentada

Esse tipo de ligação, que se deu início em meados de 1954 pela empresa *Automated Building Components Inc.* (ABC), em comparação com os elementos de ligação planos, dispensa a necessidade de sobreposição das barras, permitindo a realização de estruturas perfeitamente planas [2].

Baraldi [10] ainda cita as principais características de estruturas de coberturas que utilizam do sistema de ligações em CMD como sendo:

- redução de até 40% do peso da estrutura em relação ao sistema tradicional;
- alívio de cargas concentradas na treliça devido a diminuição do peso próprio através do menor consumo de madeira, através do menor espaçamento entre as mesmas;
- melhor aproveitamento do material;
- qualidade técnica dos projetos;
- industrialização;
- controle da qualidade;
- bom desempenho estrutural do sistema para vãos de até 20 metros;
- menores seções transversais das peças de madeira.

2.3. Enquadramento Normativo

O Cômite Europeu de Normalização traz em seus Eurocódigos (EC1, EC2, EC3...) diversos padrões a serem seguidos em projetos estruturais. Sendo uma maneira de eliminar as barreiras enfrentadas devido a diferentes possíveis padrões de normalizações através da União Europeia, os Eurocódigos apresentados na Tabela 1 são separados e numerados de acordo com o material estrutural a ser normalizado [11].

Tabela 1 - Eurocódigos publicados

NORMA EUROPEIA	REF.	EUROCÓDIGO
EN 1990	EC	Bases para o projeto de estruturas
EN 1991	EC1	Ações em estruturas
EN 1992	EC2	Projeto de estruturas de concreto
EN 1993	EC3	Projeto de estruturas de aço
EN 1994	EC4	Projeto de estruturas mistas aço-concreto
EN 1995	EC5	Projeto de estruturas de madeira
EN 1996	EC6	Projeto de estruturas de alvenaria
EN 1997	EC7	Projeto geotécnico
EN 1998	EC8	Projeto de estruturas para resistência aos sismos
EN 1999	EC9	Projeto de estruturas de alumínio

Para o dimensionamento de projetos de estruturas de madeiras, os procedimentos e normalizações utilizados são realizados tendo como base as prescrições dadas pelo EC5, Projeto de Estruturas de Madeira, em sua parte 1-1.

Para o desenvolvimento do projeto de ligações em CMD, se fazem necessárias as normativas prescritas na seção 8.8 do Eurocode 5 EN 1995:2004 (*Eurocódigo 5 – Parte 1-1 – Projeto de Estruturas de Madeira*) [9] para o procedimento de dimensionamento e execução de estruturas em madeira, a Norma Francesa NF DTU 31.3 – *Building Works – Timber structures connected with metal plate fasteners* [12] e a Norma Alemã dada pelo DIN 1052:2008 - *Design of timber structures* [13].

Os procedimentos para a realização de ensaios laboratoriais para a determinação das propriedades de cada tipo de placas metálicas dentadas são prescritos na normativa EN 1075 [14] *Timber structures – Tests methods – Joints made with punched metal plate fasteners*, onde uma ligação é submetida a esforços até a sua ruptura em diferentes direções e ângulos, os resultados obtidos são então combinados em oito valores característicos e três constantes de acordo com a normativa EN 14545 *Timber structures - Connectors – Requirements* [15].

2.4. Madeira como Material de Construção

Juntamente com o concreto e o aço, a madeira é um dos materiais estruturais mais utilizados na construção civil, sendo o mais antigo ainda em utilização, tendo em vista que quando os homens saíram das cavernas o material mais moldável e abundante era a madeira.

Hoje, apesar do conhecimento que se tem de suas propriedades, a sua utilização na construção civil ainda não é culturalmente aprovada, mesmo apresentando diversas vantagens quando comparadas com o sistema mais utilizado como o concreto armado. [5]

As árvores são constituídas pela raiz, caule e copa, sendo que como material de construção, é apenas normal o aproveitamento e utilização da madeira do caule, ou tronco. A Figura 4 traz a representação da estrutura macroscópica de um tronco de árvore, onde dentre as camadas constituintes, apenas o alburno e o cerne são usados em peças estruturais.

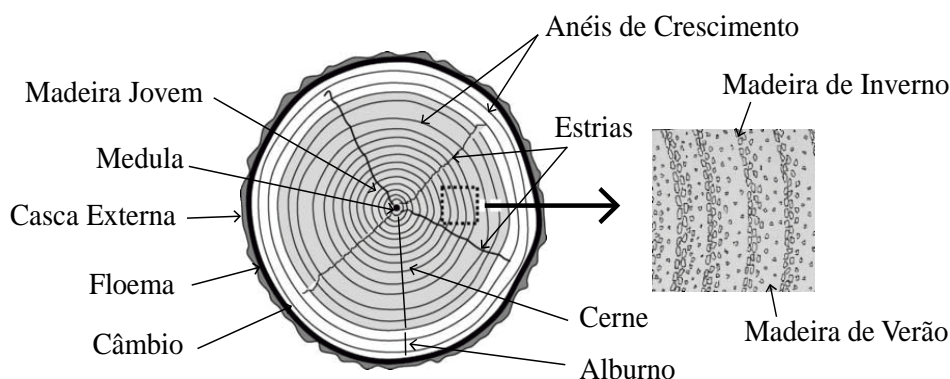


Figura 4 – Estrutura Macroscópica da Madeira
Fonte: PORTEUS, Kermani [16]

2.4.1. Classificação das Árvores

De acordo com a sua estrutura anatômica, as árvores podem ser divididas em dois grandes grupos, as Angiospermas (*angio*=vaso e *sperma*=semente), que são consideradas mais evoluídas e produzem sementes com frutos, e Gimnospermas (*gimno*=nu e *sperma*=semente), consideradas mais primitivas produzem sementes sem frutos. As Angiospermas, também chamadas de *hardwoods* (madeira dura), se dividem em Dicotiledônia e Monocotiledônea, sendo que todas que produzem madeira são Dicotiledôneas, mas nem todas Dicotiledônias produzem madeira para construção. As Gimnospermas, também chamadas de *softwoods* (madeira macia), são divididas em Cicadáceas, Ginkgo, Coníferas e Gnetófitas, sendo as Coníferas as únicas que produzem madeira para construção [17].

2.4.2. Madeira como Elemento Estrutural

Possuindo resistência à tração na direção de suas fibras semelhante à do concreto armado, quando se trata da resistência à compressão a madeira se mostra menos resistente. No entanto, como mostra a Tabela 2, quando levada em consideração a sua densidade é possível perceber a vantagem de sua utilização em estruturas mais longas ou altas, já que nestes casos a principal carga imposta no elemento é o peso próprio [18]. Isso faz com que a madeira seja uma boa opção para utilização em estruturas onde a principal carga é o seu peso próprio, como por exemplo coberturas de telhados, e algumas pontes. Outra vantagem que a madeira traz no escopo de sustentabilidade se dá também por esta ser um material natural renovável, o que implica na redução da liberação de CO₂ no meio ambiente que ocorre no processo de industrialização de outros materiais [19].

Como citado, o sistema estrutural de madeira mais tradicional é o sistema treliçado, utilizado em coberturas residenciais, industriais e em pontes, sendo a mais comum e usual sua utilização em tesouras de cobertura [20].

Um sistema de treliças é designado como uma estrutura composta por barras ligadas umas às outras formando triângulos, essa estrutura comporta-se como um corpo rígido [21].

Tabela 2 - Propriedades de alguns materiais de construção

Material e Resistência	$\rho(t/m^3)$	$f(MPa)$	f/ρ
Madeira a tração	0,5-1,2	30-110	60-90
Madeira a compressão	0,5-1,2	30-60	50-60
Aço a tração	7,85	250	32
Concreto a compressão	2,5	40	16

Nota: ρ = massa específica; f = resistência característica

Fonte: PFIEL, Walter; PFEIL, Michele [20]

Alguns tipos de treliças usualmente montadas com chapas metálicas dentadas são apresentados na Figura 5:

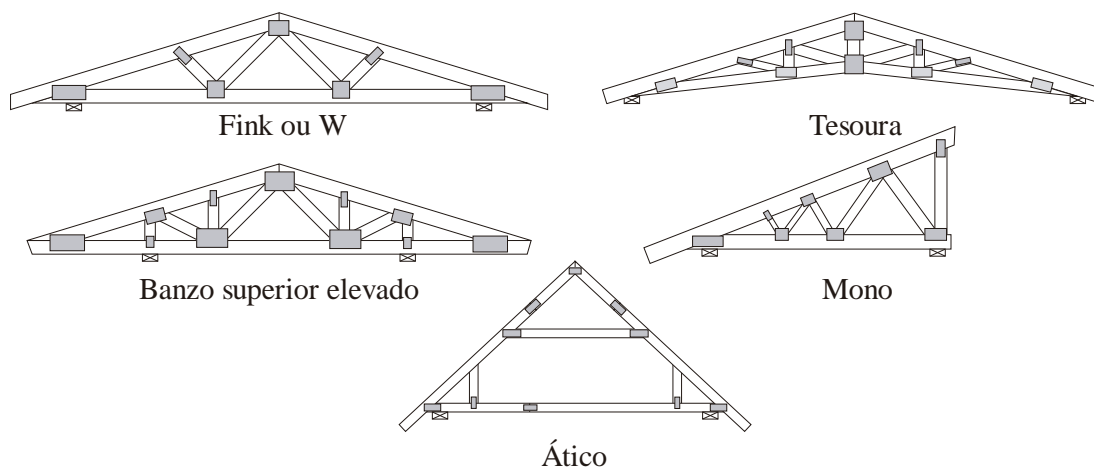


Figura 5 – Diferentes tipos de treliças de madeira com ligação CMD utilizadas em coberturas
Fonte: Nielsen [5]

2.5. Modelagem de Treliças

Segundo Nielsen [5], ainda hoje os programas computacionais de modelagem não modelam uma estrutura de telhado através de um modelo 3D real. Estes programas têm como estratégia realizar a divisão entre este complexo sistema 3D em modelos estáticos simplificados em 2D, onde os esforços resultantes de outras treliças são transferidos de uma para outra. Ainda assim, o maior problema que se tem no âmbito do dimensionamento de estruturas de telhados está na modelagem das junções dos elementos destas.

Buscando apresentar a evolução que ocorreu nas últimas décadas, no que diz respeito à análise do comportamento da distribuição de esforços, Nielsen [5] traz 3 modelos inicialmente utilizados para a modelagem das ligações em estruturas de coberturas, conforme ilustra a Figura 6. No modelo 1, considerado o mais simples dentre os citados, onde as junções dos elementos de barras são consideradas como rótulas localizadas nos banzos, as cargas distribuídas são aplicadas nos nós para que seja possível estimar as forças axiais em cálculos feitos à mão ou até mesmo em computadores lentos que eram utilizados na época em que se usava este modelo, em meados de 1970. Este modelo exige fatores simplificados para a determinação da distribuição de momentos.

O modelo 2 já apresenta algumas pequenas mudanças. Neste, os banzos são considerados como barras contínuas e as barras diagonais possuem extremidade rotulada. O eixo das barras modeladas coincide com o centroide das barras reais e são acrescentados elementos de barra auxiliares ligando o nó, que agora é localizado na região onde há o contato entre as barras, e o banzo.

Tendo em vista que as propriedades do elemento utilizado na ligação podem interferir no comportamento da mesma, no modelo 3 é acrescentado um elemento fictício na modelagem. A alteração da rigidez e da localização deste elemento fictício afeta a distribuição de momentos. Este elemento faz a ligação entre um nó, localizado no banzo superior próximo à zona de contato, e outro no banzo inferior, próximo ao apoio.

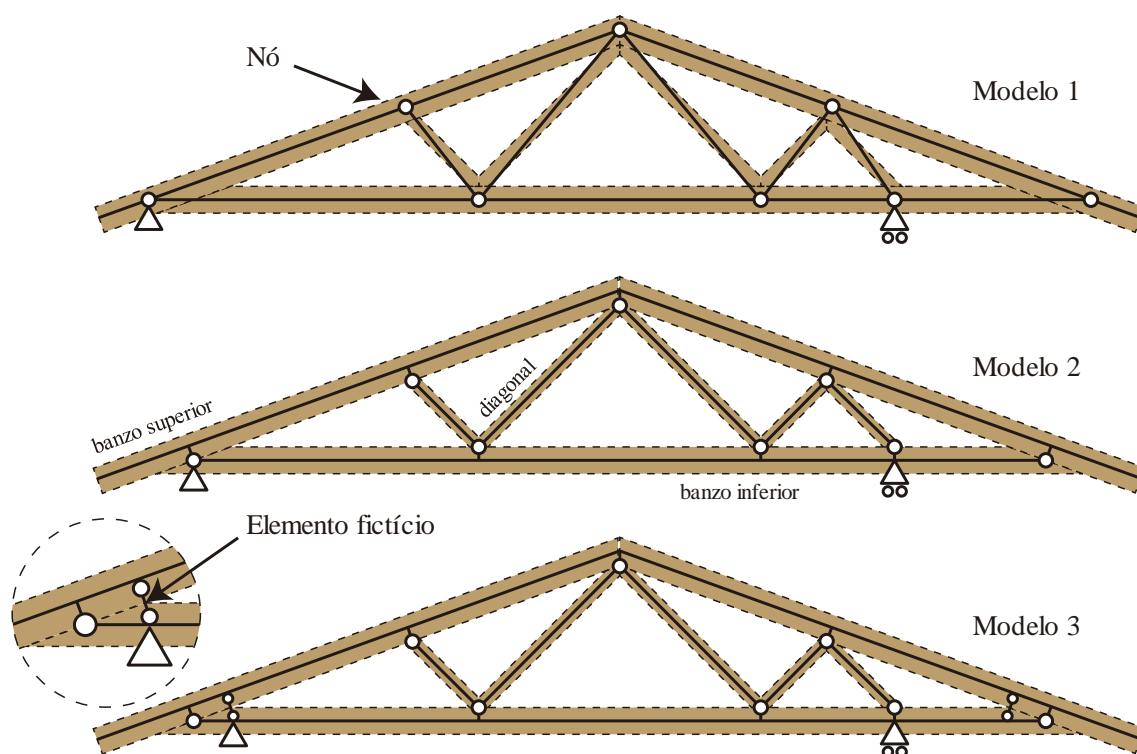


Figura 6 – Modelos de Modelagem de Treliças
Fonte: Nielsen [5]

Todos estes modelos apresentam alguns problemas em comuns, de acordo com Nielsen [5]:

- Os esforços aplicados nas chapas, grupo de dentes e zonas de contato não são dadas pelo modelo e devem ser determinadas;

- A deformação de cada junta não é incluída na deformação total da estrutura, devido ao caso destas serem consideradas como rótulas.

2.5.1. Modelagem Avançada Utilizando Elemento de Ligação Fictício

Como proposta de solução para a modelagem de treliças com ligação feitas a partir de CMD, a DIN 1052 [13] e a DTU 31.3 [12] propõem a modelagem utilizando elementos de ligação fictícios, sendo o modelo utilizado pela maioria dos programas especializados em cálculos de chapas metálicas [1]. Este modelo é atualmente o que melhor representa as influências que as propriedades da placa e o grupo de dentes têm no comportamento da ligação [22].

A modelagem com elementos de ligação fictícios consiste basicamente em:

- Determinar a linha que passa pelo eixo das barras;
- Determinar o centro geométrico da área efetiva da região de ligação;
- Determinação do elemento fictício ligando a linha que passa pelo eixo da barra com o centro geométrico da região através de uma linha perpendicular;
- Conectar os centros geométricos de cada região de um nó através de elementos fictícios;
- Determinação do nó de conexão na região de contato entre os elementos de madeira.

A rigidez da conexão é calculada através das propriedades dos elementos de barra fictícios adicionados à ligação. Diferentes modelos podem ser utilizados na modelagem das ligações com elementos fictícios, como mostra a Figura 7:

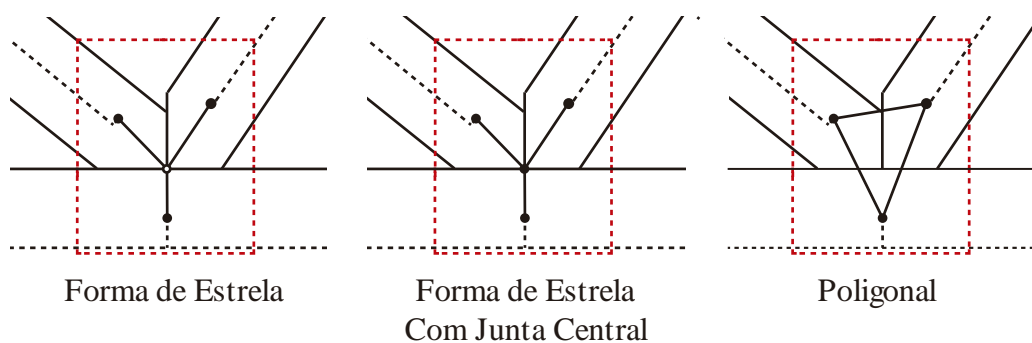


Figura 7 – Modelagem de Ligações CMD com elemento fictício

Sendo a forma de estrela modelada com ou sem junta central, ou seja, sendo a junta central também unida através de molas ou rotulada. Ao utilizar a modelagem com a junta central na região de contato entre os elementos de madeira, é possível que ocorram forças internas, o que não serão levados em consideração no estudo realizado neste trabalho.

2.5.2. Cálculo da Rigidez da Mola

Os dentes da chapa distribuídos sobre a superfície de ligação acabam por formar uma conexão flexível que é descrita nas direções principais como uma mola de deslocamento axial (K_x e K_y) e de rotação (K_φ). Tendo o módulo de deslizamento K_{ser} , obtido na Tabela 7.1 do EC5, o módulo de deslizamento da conexão em seu estado de limite último é dado em Eq. 1, com γ_M , fator parcial do material, obtido da Tabela 2.3 em EC5 [9].

$$K_u = 2/3 \cdot K_{ser} / \gamma_M \quad \text{Eq. 1}$$

Os módulos de rigidez nas direções x e y e de rigidez rotacional são calculados através das seguintes equações:

$$K_\varphi = 2 \cdot K_u \cdot I_p \quad \text{Eq. 2}$$

$$K_x = K_y = 2 \cdot K_u \cdot A_{ef} \quad \text{Eq. 3}$$

Sendo A_{ef} a área efetiva da ligação.

2.6. Ligação com Chapas Metálicas Dentadas

A CMD é caracterizada por uma placa de metal com espessura entre 0,9 e 2,5 mm com dentes entre 8 e 15 mm de comprimento estampados na direção perpendicular da chapa. Estes dentes podem ser singulares ou duplos, dependendo do equipamento utilizado para realizar a estampagem. As dimensões destas chapas variam de 30 cm² até 1 m² aproximadamente e são aplicadas em elementos de madeiras de mesma espessura, e como é apresentado na Figura 8, a aplicação da chapa é dada em ambos os lados da ligação [5].

Devido a sua espessura, a rigidez perpendicular ao plano em CMD é praticamente nula, o que faz com que a cravação das placas exija cuidados especiais e que sua utilização seja priorizada em situação de pré-fabricação [23].

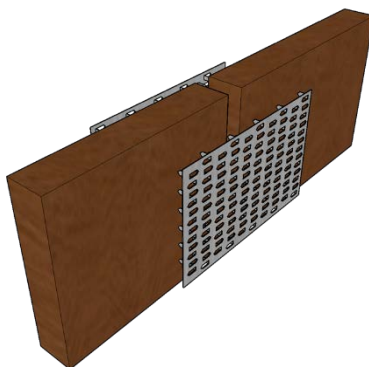


Figura 8 – Representação de Ligação por CMD

O processo de industrialização das treliças com sistema de ligação em CMD pode ser dividido em quatro principais etapas: a usinagem das peças de acordo com as dimensões especificadas; o posicionamento das peças de madeira em um gabarito, normalmente montadas em uma superfície elevada afim de garantir a precisão ao efetuar a conexão entre os elementos; prensagem dos conectores, como mostra a Figura 9, que pode ser realizada através de prensas manuais sobre rodas, prensas manuais suspensas ou prensas contínuas do tipo *roller*; o armazenamento das treliças na indústria ou até mesmo no canteiro de obras [2].

O procedimento de cálculo para a determinação da resistência da CMD consiste na caracterização de oito parâmetros de resistência, sendo eles: resistência ao cisalhamento; à tração; à compressão; e à ancoragem em direções variáveis.

Duas principais verificações devem ser realizadas, sendo elas a verificação da capacidade de ancoragem da placa, que descreve a carga e a resistência da conexão entre a placa e a madeira, e a capacidade da chapa, que descreve a resistência da placa em si na região das linhas de ruptura.

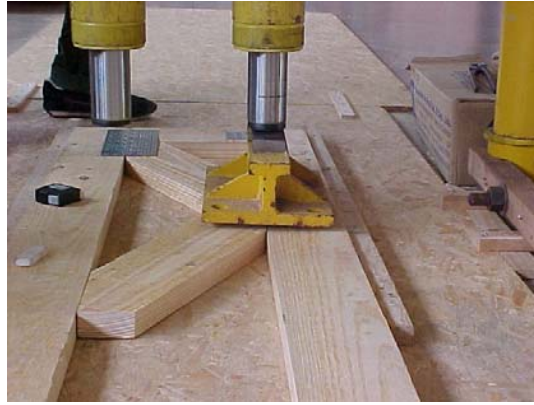


Figura 9 – Prensagem de uma ligação CMD
Fonte: Cheung [24]

2.6.1. Prescrições Gerais

A superfície de contato da chapa é delimitada pelas suas bordas e pela linha de ruptura, onde o sistema de coordenadas é definido com base na direção principal dos dentes estampados na placa. Através da modelagem da treliça, os esforços externos atuando na região a ser dimensionada são aplicados no centroide da área efetiva e transmitidos para o centroide da linha de ruptura como M_{Ed} e F_{Ed} . Buscando apresentar as regras dispostas pela normatização para o dimensionamento das ligações com CMD, a Figura 10 representa a extremidade de uma barra, incluindo a parte da chapa que está nela ancorada.

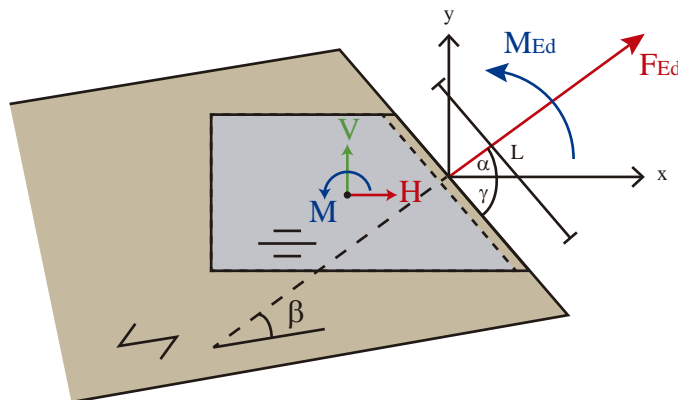


Figura 10 – Notação adotada para caracterização da ligação CMD

Sendo assim, são definidos:

x - Direção principal da chapa (paralela à maior dimensão da seção dos dentes);

y - Direção perpendicular à principal;

α - Ângulo entre a força atuante na linha de ruptura e a direção principal da chapa;

β - Ângulo entre as fibras da madeira e a força atuante;

γ - Ângulo entre a direção principal e a linha de ruptura;

L - Dimensão da chapa, medida ao longo da linha de ruptura;

F_{Ed} - Valor de cálculo da força atuante na linha de ruptura de uma das chapas de ligação (igual a metade da força total na barra);

M_{Ed} - Valor de cálculo do momento fletor atuante na linha de ruptura de uma das chapas de ligação;

A_{ef} - Área de contato efetiva da chapa com a barra, sendo igual à área de contato total, reduzida de 5mm na linha adjacente às arestas laterais da seção de madeira e de 6 vezes a espessura nominal da chapa na região das linhas de ruptura, medida na direção das fibras da madeira.

A redução da área efetiva A_{ef} tem como objetivo considerar uma possível ineficiência de ancoragem dos dentes que estão situados na região periférica da madeira.

2.6.2. Propriedades de Resistência da Chapa

Para a caracterização mecânica da chapa são definidas as seguintes propriedades de resistência:

$f_{a,0,0,k}$ - A força resistente de ancoragem por unidade de área, para $\alpha = 0^\circ$ e $\beta = 0^\circ$;

$f_{a,90,90,k}$ - A força resistente de ancoragem por unidade de área, para $\alpha = 90^\circ$ e $\beta = 90^\circ$;

$f_{t,0,k}$ - A resistência da chapa à tração, por unidade de largura (dimensão da chapa, na direção perpendicular à principal) para $\alpha = 0^\circ$;

$f_{c,0,k}$ - A resistência da chapa à compressão, por unidade de largura para $\alpha = 0^\circ$;

$f_{v,0,k}$ - A resistência da chapa ao corte, por unidade de largura na direção x ;

$f_{t,90,k}$ - A resistência da chapa à tração, por unidade de comprimento (dimensão da chapa, na direção principal) para $\alpha = 90^\circ$;

$f_{c,90,k}$ - A resistência da chapa à compressão, por unidade de comprimento para $\alpha = 90^\circ$;

$f_{v,90,k}$ - A resistência da chapa ao corte, por unidade de comprimento na direção y ;

k_1, k_2, α_0 - Constantes.

Valores estes que são fornecidos pelo fabricante das chapas metálicas, que são determinados de acordo com o que é disposto em EN 14545 [15] e através de ensaios normalizados em EN 1075 [14].

Para o cálculo dessas resistências, o k_{mod} utilizado é de 1. Sendo k_{mod} o coeficiente de modificação utilizado a fim de levar em consideração a duração da carga e o teor de umidade da madeira.

A resistência característica de ancoragem por placa $f_{a,\alpha,\beta,k}$ é obtida através da Eq. 4 dada em 8.8.4 (1) do EC5 Parte 1-1:

$$f_{a,\alpha,\beta,k} = \max \left\{ \begin{array}{ll} f_{a,\alpha,0,k} - (f_{a,\alpha,0,k} - f_{a,90,90,k}) \frac{\beta}{45} & \text{para } \beta \leq 45^\circ, \text{ ou} \\ f_{a,0,0,k} - (f_{a,0,0,k} - f_{a,90,90,k}) \sin(\max(\alpha, \beta)) & \end{array} \right. \quad \text{Eq. 4}$$

$$f_{a,\alpha,\beta,k} = f_{a,0,0,k} - (f_{a,0,0,k} - f_{a,90,90,k}) \sin(\max(\alpha, \beta)) \quad \text{para } 45^\circ < \beta \leq 90^\circ$$

A resistência característica de ancoragem para placas paralelas às fibras é dada em 8.8.4 (2) do EC5 Parte 1-1 pela Eq. 5:

$$f_{a,\alpha,0,k} = \begin{cases} f_{a,0,0,k} + k_1 \alpha & \text{quando } \alpha \leq \alpha_0 \\ f_{a,0,0,k} + k_1 \alpha_0 + k_2 (\alpha - \alpha_0) & \text{quando } \alpha_0 < \alpha \leq 90^\circ \end{cases} \quad \text{Eq. 5}$$

2.6.3. Cálculo de Resistência da Ancoragem da Ligação

Os esforços atuantes na região de contato entre os elementos, representados na Figura 10 geram tensões de corte entre as chapas e a madeira. A Eq. 6 apresenta a tensão média $\tau_{F,d}$ imposta pela força F_{Ed} e a tensão média $\tau_{M,d}$, dada pela Eq. 7, é imposta pelo momento M_{Ed} .

O EC5 assume uma capacidade de trabalho plástica da chapa, assim, a região de contato é excitada por um momento até que a tensão de limite plástica atinja o limite de ruptura. A relação dada entre os módulos elásticos e plásticos são dadas através de um coeficiente α que giram em torno de 1,5, o que possibilita que seja realizada a análise plástica, que acaba por ser mais simples e segura [1].

$$\tau_{F,d} = \frac{F_{A,Ed}}{A_{ef}} \quad \text{Eq. 6}$$

$$\tau_{M,d} = \frac{M_{A,Ed}}{W_p} \quad \text{Eq. 7}$$

W_p é o módulo de torção da seção efetiva atuada por um momento em seu plano, dada pela Eq. 8 [23]. Sendo r a distância entre o centro de gravidade da placa até o segmento de placa dA . Como uma alternativa para a obtenção de W_p , em 8.8.5.1 (2) o EC5 apresenta a Eq. 9 como um valor mais conservador, sendo d um coeficiente calculado através da Eq. 10. $M_{A,Ed}$, representado na Figura 11, é o valor de cálculo do momento atuante na placa considerando as forças excêntricas ao centroide da placa.

$$W_p = \int_{A_{ef}} r \, dA \quad \text{Eq. 8}$$

$$W_p = \frac{A_{ef} d}{4} \quad \text{Eq. 9}$$

$$d = \sqrt{\left(\frac{A_{ef}}{h_{ef}}\right)^2 + h_{ef}^2} \quad \text{Eq. 10}$$

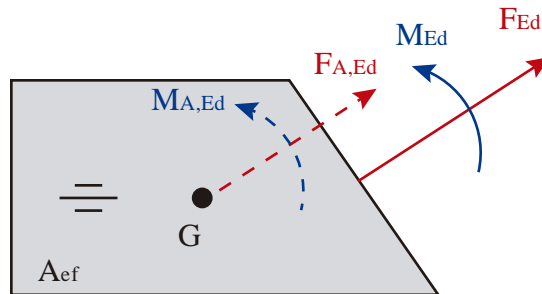


Figura 11 – Representação dos esforços excêntricos à A_{ef}

h_{ef} é definido como sendo a altura máxima efetiva da placa, tendo como base o seu lado mais longo, de acordo com a Figura 12.

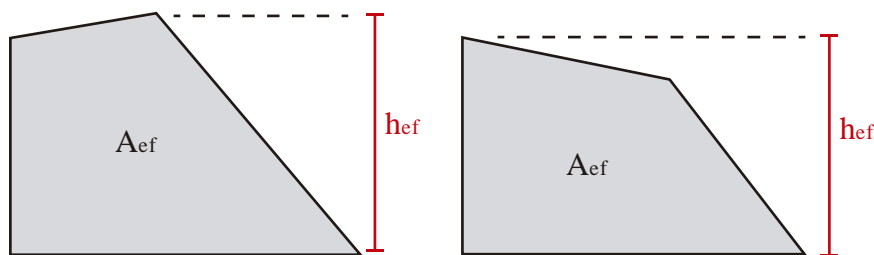


Figura 12 – Definição de h_{ef}

Assim determinadas as propriedades de resistência da ligação e as tensões devido a força e ao momento atuantes nas chapas, o critério de verificação apresentado em 8.8.5.1(5) do EC5 é dado através da condição dada em Eq. 11:

$$\left(\frac{\tau_{F,d}}{f_{a,\alpha,\beta,d}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{M,d}}{f_{a,0,0,d}} \right)^2 \leq 1 \quad \text{Eq. 11}$$

2.6.4. Cálculo de Resistência das Linhas de Ruptura CMD

Além de verificar a resistência da ancoragem da ligação, o EC5 determina a necessidade de verificação da resistência da chapa na linha de ruptura. No entanto, a chapa possui características diferentes em cada direção (x , direção principal; y , direção perpendicular à principal), que como descritos anteriormente, são derivadas de ensaios de cisalhamento de tração e de compressão, onde, além do ângulo γ entre a linha de ruptura e a direção principal, são adicionados os parâmetros α_0 , k_1 e k_2 [1]. Além disso, em situações onde a chapa cobre uma região onde não há contato entre madeira, o comprimento da linha de ruptura por ser acrescido em um valor de até 12 vezes a espessura da placa, como mostra a Figura 13:

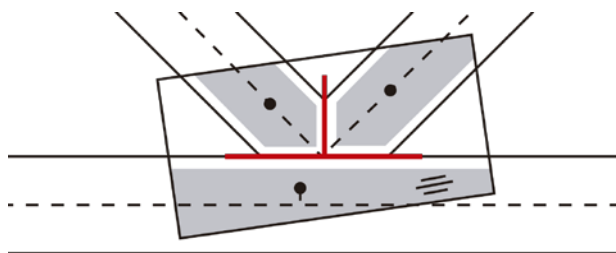


Figura 13 – Linha de ruptura

Os esforços atuantes em cada direção geram uma sobrecarga de tensão do momento, da força de tração ou compressão e da tensão de cisalhamento. Essa tensão resultante deve ser comparada com as tensões resistentes da placa. O EC5, em 8.8.5.2 (1), define as forças atuantes nas regiões em cada direção, através das equações Eq. 12 e Eq. 13. Onde F_{Ed} é a força de cálculo em uma chapa e $F_{M,Ed}$ é a força de cálculo que atua na região de contato devido ao momento M_{Ed} , admitindo um braço de $L/2$.

$$F_{x,Ed} = F_{Ed} \cos \alpha \pm 2F_{M,Ed} \sin \gamma \quad \text{Eq. 12}$$

$$F_{y,Ed} = F_{Ed} \sin \alpha \pm 2F_{M,Ed} \cos \gamma \quad \text{Eq. 13}$$

Portanto, a verificação da resistência é obtida através dos valores da capacidade de resistência em cada direção da chapa. Os valores de resistência, $F_{x,Rd}$ e $F_{y,Rd}$, são obtidos através da máxima capacidade de resistência na direção principal e na perpendicular, de acordo com as seguintes expressões:

$$F_{x,Rk} = \max \left\{ \begin{array}{l} |f_{n,0,k} L \sin(\gamma - \gamma_0 \sin(2\gamma))| \\ f_{v,0,k} L \cos \gamma \end{array} \right\} \quad \text{Eq. 14}$$

$$F_{y,Rk} = \max \left\{ \begin{array}{l} |f_{n,90,k} L \cos \gamma| \\ k f_{v,90,k} L \sin \gamma \end{array} \right\} \quad \text{Eq. 15}$$

Sendo:

$$f_{n,0,k} = \begin{cases} f_{t,0,k} & \text{se } F_{x,Ed} > 0 \\ f_{c,0,k} & \text{se } F_{x,Ed} \leq 0 \end{cases} \quad \text{Eq. 16}$$

$$f_{n,90,k} = \begin{cases} f_{t,90,k} & \text{se } F_{y,Ed} > 0 \\ f_{c,90,k} & \text{se } F_{y,Ed} \leq 0 \end{cases} \quad \text{Eq. 17}$$

$$k = \begin{cases} 1 + k_v \sin(2\gamma) & \text{se } F_{x,Ed} > 0 \\ 1 & \text{se } F_{x,Ed} \leq 0 \end{cases} \quad \text{Eq. 18}$$

Onde γ_0 e k_v são constantes determinadas através de ensaios e fornecidas pelo fabricante.

Com os valores das forças atuantes e da resistência da chapa, 8.8.5.2 (2) do EC5 faz a verificação através da seguinte condição, constante na Eq. 19.

$$\left(\frac{F_{x,Ed}}{F_{x,Rd}}\right)^2 + \left(\frac{F_{y,Ed}}{F_{y,Rd}}\right)^2 \leq 1 \quad \text{Eq. 19}$$

característicos. Os valores característicos de uma chapa metálica dentada com dimensões de 152x203x1.5mm utilizados para a ligação em estudo estão apresentados na Tabela 3:

Tabela 3 - Propriedades da CMD 152x203x1.5mm

t [mm]	K_{ser} [N/mm.mm ²]	f_{a,0,0,k} [N/mm ²]	f_{a,90,90,k} [N/mm ²]	K₁ [N/°mm ²]	K₂ [N/°mm ²]	α₀ [°]
1,5	3,5	2,31	1,3	-0,022	0,0031	38

f_{t,0,k} [N/mm]	f_{t,90,k} [N/mm]	f_{c,0,k} [N/mm]	f_{c,90,k} [N/mm]	f_{v,0,k} [N/mm]	f_{v,90,k} [N/mm]	γ₀	K_v
320	200	210	151	106	87	16	0,7

Para obtenção dos esforços aplicados no centro geométrico das regiões de ancoragem, a treliça é modelada como descrito em 2.5.1. Esta modelagem consiste na distribuição dos esforços nos centros geométricos das regiões da ligação através da interligação entre eles por elementos fictícios do tipo poligonal, como representado na Figura 7.

Uma representação dos esforços aplicados no centro de cada área de ancoragem é mostrada na Figura 15:

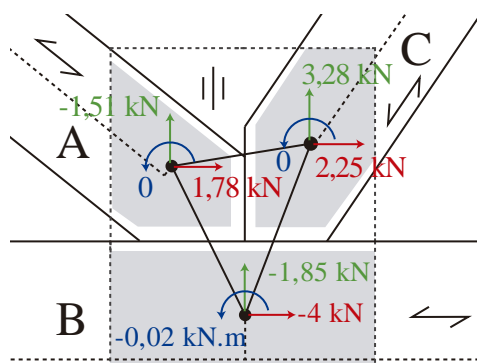


Figura 15 – Esforços resultantes nas áreas de ancoragem

Os valores da rigidez da mola, são calculados de acordo com 2.5.2, utilizada para a modelagem dos nós nas regiões de ligação entre os elementos fictícios, são apresentados na Tabela 4:

Tabela 4 - Valores de rigidez da mola

	K_{ϕ} [kN.m]	K_x [kN/cm]	K_y [kN/cm]
Nó A	16,3	175,8	175,8
Nó B	103,5	425,6	425,6
Nó C	25,6	216,9	216,9

Logo, faz-se necessária a análise da resistência da área de ancoragem de cada região, segundo 2.6.3, seguida da verificação da resistência das linhas de ruptura.

Para a verificação das linhas de ruptura presentes na ligação em estudo, é realizada a análise de quatro possíveis linhas, sendo elas:

- Linha de ruptura horizontal na ligação entre o elemento estrutural inferior B e os dois elementos estruturais superiores A e C;
- Linha de ruptura horizontal na ligação entre o elemento A e o elemento B;
- Linha de ruptura horizontal na ligação entre o elemento C e o elemento B;
- Linha de ruptura vertical na ligação entre o elemento A e o elemento C.

O estudo consiste em analisar 5 diferentes métodos de modelagem para obtenção dos esforços solicitantes nas linhas de ruptura, para isso serão analisados 5 métodos.

Dentre os métodos analíticos serão realizadas três modelagens. A primeira consiste em verificar primeiramente uma região onde a linha de ruptura é simples, onde os esforços resultantes na linha são facilmente determinados através de um sistema isostático. Estes esforços são então transpostos para as demais regiões através da decomposição dos esforços resultantes nos segmentos de linhas adjacentes.

A segunda modelagem consiste na transposição dos esforços resultantes da aplicação em uma primeira região formada por uma linha de ruptura simples, através da proporcionalidade entre o comprimento das linhas de rupturas adjacentes onde os esforços são distribuídos.

A terceira modelagem é dada através da distribuição dos esforços aplicados em uma linha fictícia resultante da geometria das linhas de contato. A transposição dos esforços de uma região para outra é dada através dos esforços resultantes obtidos em cada linha de ruptura.

Também serão analisados dois modelos numéricos simulados com o auxílio do programa computacional MIDAS Gen, onde se faz necessário o estudo de ferramentas, as quais serão apresentadas ainda neste capítulo, imprescindíveis para a modelagem de um comportamento mais próximo do real. No primeiro modelo numérico, cada região é estudada separadamente, onde os esforços são aplicados no centro geométrico de cada região. Já o segundo modelo é estudado de modo a levar em consideração a influência de todas as linhas de ruptura adjacentes.

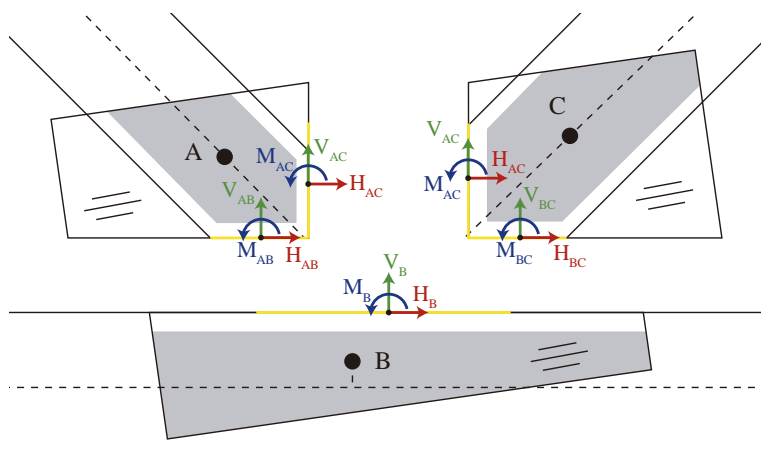


Figura 16 – Representação dos esforços aplicados nas linhas de ruptura

Tendo obtidos os esforços resultantes em cada linha de ruptura, como apresentado na Figura 16 são realizadas as verificações de acordo com o EC5, descritos em 2.6.4.

3.2. Método Analítico – Modelo 1: Transposição Direta de Esforços

Tendo como informações iniciais as características geométricas da ligação e os esforços aplicados nos centros geométricos de cada região, como mostra a Figura 17, este método consiste na obtenção dos esforços na linha de ruptura através da transposição dos esforços resultantes obtidos em um nó anterior para que seja possível obter equilíbrio entre os esforços.

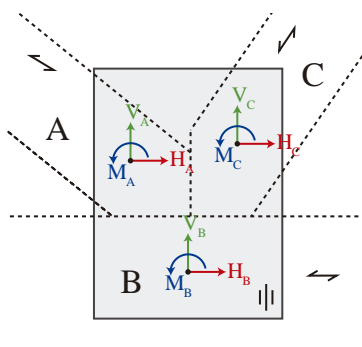


Figura 17 – Representação da geometria de uma ligação e esforços aplicados

A análise é realizada isoladamente em cada região através da transposição dos esforços aplicados no centro geométrico para o centro das linhas de ruptura, como mostra a Figura 18.

Assim são determinados os esforços atuantes no centro geométrico da linha de ruptura que são utilizados para a determinação dos esforços resultantes na linha e para a verificação da sua capacidade de resistência.

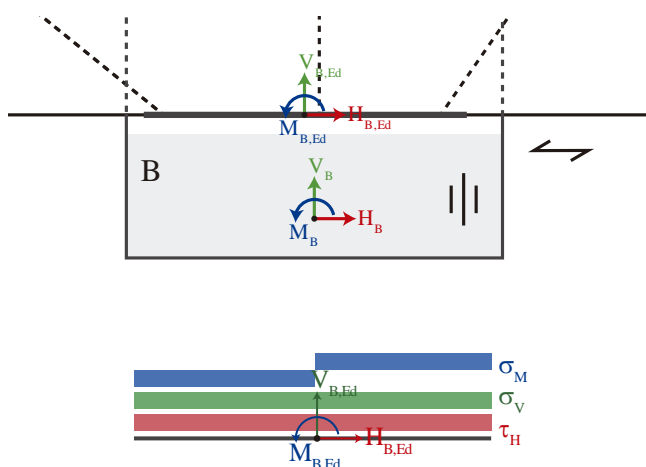


Figura 18 – Resultante de esforços aplicados na linha de ruptura

A seguir, neste método as cargas atuantes em suas linhas são transferidas para as demais linhas vizinhas. A Figura 19 representa essa abordagem, onde as tensões de tração ou compressão, cisalhamento e momento geram blocos de tensão que são transferidos entre as linhas adjacentes.

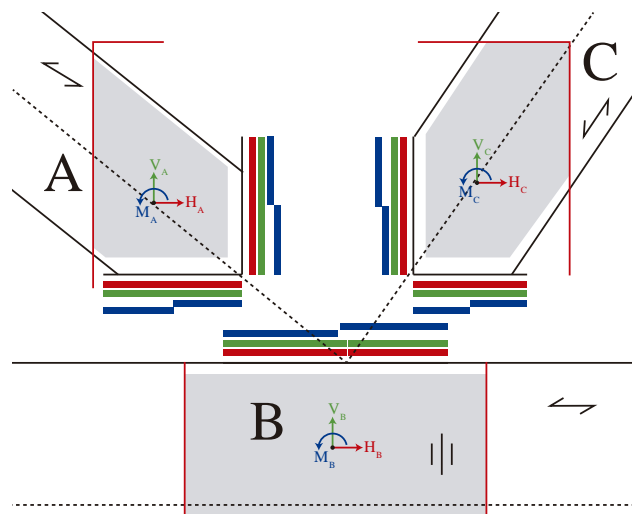


Figura 19 – Transposição das reações entre linhas de ruptura

Transferindo os esforços, através do equilíbrio interno entre eles é possível a obtenção dos demais ainda desconhecidos. Tendo conhecimento dos esforços em cada linha de ruptura, é possível partir para a análise da resistência da chapa, constante em 2.6.4, cujos cálculos são mostrados no Apêndice B.

3.3. Método Analítico – Modelo 2: Distribuição Proporcional de Esforços

Como alternativa ao modelo de transposição apresentado anteriormente, o modelo de distribuição proporcional tem como base realizar a distribuição das forças resultantes da aplicação dos esforços uma região inicial, composta por uma linha de ruptura simples, para as demais linhas de ruptura adjacentes através da proporção entre as dimensões das linhas de ruptura nas regiões adjacentes.

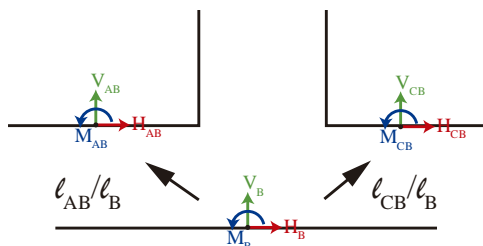


Figura 20 – Proporção entre linhas de ruptura

As forças horizontais e verticais transpostas para as linhas de ruptura adjacentes à linha de ruptura inicial são obtidas através da Eq. 20 e Eq. 21.

$$V_{AB} = l_{AB}/l_B \cdot V_B \quad \text{Eq. 20}$$

$$H_{AB} = l_{AB}/l_B \cdot H_B \quad \text{Eq. 21}$$

Através da transposição dos esforços nas linhas de rupturas adjacentes, pode-se assim realizar o equilíbrio de esforços para a obtenção dos esforços desconhecidos na região.

Com essa modelagem, ainda que seja utilizado o mesmo método anterior para obter o equilíbrio entre os esforços nas linhas de ruptura de cada região, a abordagem dos esforços resultantes em cada linha pode ser diferente, possibilitando uma alternativa de obtenção de esforços mais críticos.

Obtendo os esforços em cada linha de ruptura, são então verificadas as condições presentes em 2.6.4, cujos cálculos são apresentados no Apêndice C.

3.4. Método Analítico – Modelo 3: Distribuição por Linhas Fictícias

Ao utilizar os métodos anteriormente citados, uma problemática é facilmente encontrada. A dependência de uma região inicial formada por uma linha de ruptura simples gera um sistema hiperestático e impossibilita a determinação dos esforços resultantes nas linhas de ruptura de ligações formadas apenas por linhas de ruptura compostas.

O método analítico de distribuição dos esforços por linhas fictícias consiste na obtenção de uma linha fictícia às linhas de ruptura de cada região, Figura 21, determinada através das características geométricas destas a fim de realizar de forma igualitária a distribuição dos esforços nela aplicada.

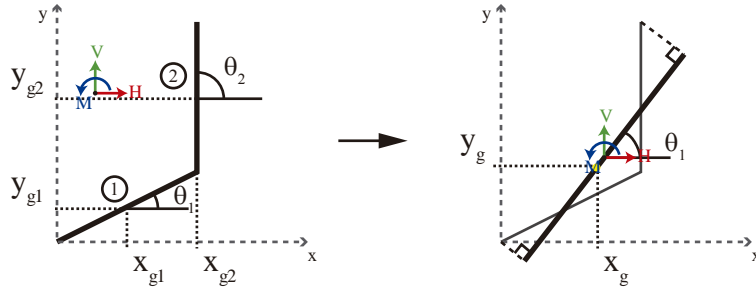


Figura 21 – Posição da linha composta

Os esforços aplicados no nó da região são transferidos para o centro geométrico da linha fictícia, que é determinado através do valor médio da localização do centro geométrico das linhas de ruptura a serem simplificadas, cujas coordenadas e angulação são dadas pelas equações seguintes:

$$x_g = \frac{x_{g1} \cdot l_1 + x_{g2} \cdot l_2}{l_1 + l_2} \quad \text{Eq. 22}$$

$$y_g = \frac{y_{g1} \cdot l_1 + y_{g2} \cdot l_2}{l_1 + l_2} \quad \text{Eq. 23}$$

$$\theta = \frac{\theta_1 \cdot l_1 + \theta_2 \cdot l_2}{l_1 + l_2} \quad \text{Eq. 24}$$

O comprimento da linha fictícia é dado através da projeção perpendicular de suas extremidades até as extremidades das linhas de rupturas da ligação, como mostra a Figura 21. Devido essa projeção, não necessariamente o centro da linha composta terá as mesmas coordenadas do ponto anteriormente encontrado para a definição da linha, o que gera a distribuição não uniforme do momento nas regiões da linha composta correspondentes às linhas de ruptura que a compõem. A Figura 22 representa essa possível excentricidade entre o centro da linha, onde ocorre a aplicação dos esforços, e o ponto de divisão entre as linhas de ruptura correspondentes.

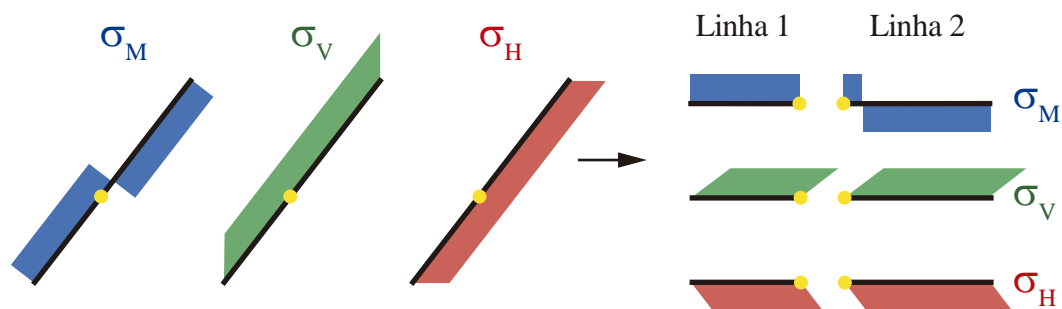


Figura 22 – Reação de esforços na linha composta

A partir da obtenção dos esforços aplicados nas regiões da linha fictícia correspondentes às linhas de ruptura da ligação, parte-se para a verificação destas a partir do processo apresentado em 2.6.4, que é mostrado no Apêndice D.

3.5. Ferramentas para Modelagem Computacional

Quando se trata de uma análise estrutural com sistemas hiperestáticos, ou seja, quando as equações de estática não são suficientes para determinar os esforços internos ou de reação da estrutura, é necessária a utilização de condições de contorno conhecidos que auxiliem na determinação deles. Buscando simplificar os cálculos analíticos na determinação dos esforços, procura-se iniciar a análise através de uma região onde já sejam conhecidos alguns esforços ou utilizando de condições de contorno, como o deslocamento e restrições de movimento [25].

Nas modelagens com o auxílio de programas computacionais, a utilização de condições de contorno é também necessária. Nessa seção serão apresentadas algumas condições de contorno utilizadas no *software* MIDAS Gen necessárias para a modelagem das ligações nas simulações 1 e 2.

3.5.1. Ligação Rígida

A ferramenta de condição de contorno ligação rígida, Figura 23, restringe o movimento relativo de uma estrutura, fazendo com que os graus de liberdade de um nó subordinado, chamado de nó escravo (*slave node*), seja restringido aos de um nó de referência, chamado de nó mestre (*master node*). Este caso faz com que o movimento

relativo do nó mestre e dos nós escravos sejam como estivessem interconectados através de um corpo rígido tridimensional [26].

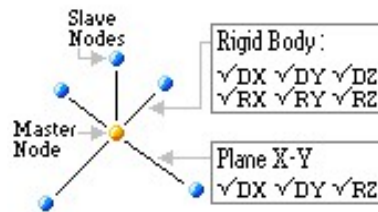


Figura 23 – Rigid link
Fonte: MIDAS Manual – Rigid Link [26]

3.5.2. Ligação Elástica

A ligação elástica tem como função realizar a conexão entre dois nós através de uma mola com rigidez definida pelo usuário, como mostra a Figura 24

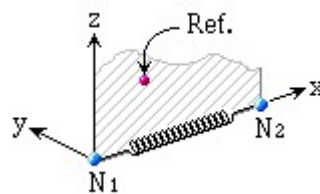


Figura 24 – Elastic link
Fonte: MIDAS Manual – Elastic Link [27]

Essa função tem como objetivo simular a resistência ao deslocamento em ambas as direções, assim como sua rigidez a rotação [27].

Como alternativa à utilização da ligação rígida, o software MIDAS Gen também disponibiliza a utilização da ligação elástica do tipo rígida, onde a ligação entre dois nós é dada através de um elemento com rigidez elevada calculada automaticamente a fim de superar a rigidez do sistema em estudo. O uso desta opção se mostra interessante para casos onde é necessária a transmissão direta de esforços para um nó proveniente de dois ou mais nós externos, como é o caso da Simulação 2 a ser apresentada.

3.6. Simulação 1 – Ligação Rígida

Na simulação em questão, cada linha de ruptura é dividida em 16 partes de iguais dimensões, o que gerou 17 nós para cada linha, buscando obter o mesmo número de esforços resultantes nas diferentes linhas de ruptura, além de já mostra-se o suficiente para uma boa percepção dos esforços resultantes distribuídos nos nós.

Para modelagem da ligação no software computacional, faz-se necessário um estudo dos elementos estruturais a serem utilizados para uma melhor representação dos efeitos que ocorrem na distribuição dos esforços no modelo real, assim como a utilização de condições de contorno que possibilitem a execução do modelo. Neste caso, as linhas de ruptura são modeladas como sendo uma barra com uma certa resistência ao deslocamento por meio de molas, simulado através do recurso de ligação elástica (*elastic link*), cujas características para cada região são definidas através de 2.5.2.

Essa ligação elástica liga um nó pertencente a linha rígida a outro nó de apoio externo engastado e situado a uma distância arbitrária. Os valores de rigidez utilizados como propriedades das ligações elásticas para cada região são os apresentados na Tabela 5:

Tabela 5 - Valores de rigidez da mola por região

	K_x	K_y
	[kN/cm]	[kN/cm]
Região A	175,8	175,8
Região B	425,6	425,6
Região C	216,9	216,9

Buscando assim simular a rigidez e a não deformação da região onde ocorre o contato entre a chapa metálica dentada e a madeira, a barra que representa a linha de ruptura deve ser conectada ao ponto onde serão aplicados os esforços por meio de elementos de ligação rígida (*rigid link*), garantindo que todo esforço nele aplicado seja transmitido à linha sem perda por deformação [27].

A Figura 25 representa o esquema utilizado para modelagem de uma das regiões de ancoragem com as ferramentas de ligação elástica, ligação rígida e apoio utilizado nos nós de suporte.

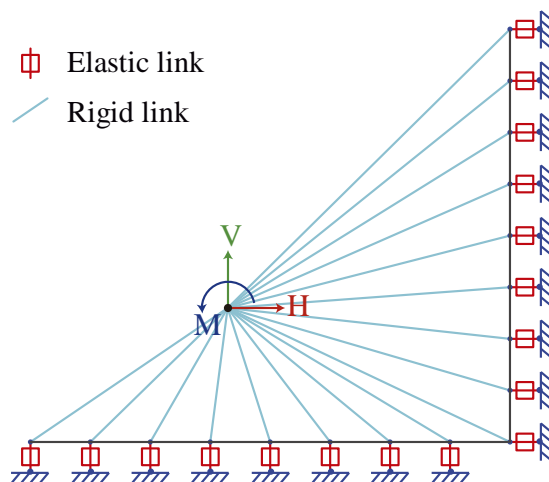


Figura 25 – Representação da Simulação 1: Ligação Rígida para uma região de ancoragem

Além disso, a barra a ser modelada representando a linhas de ruptura deve possuir rigidez suficiente para que não haja deformação local, fazendo com que os esforços nela aplicados sejam todos transferidos pelas molas.

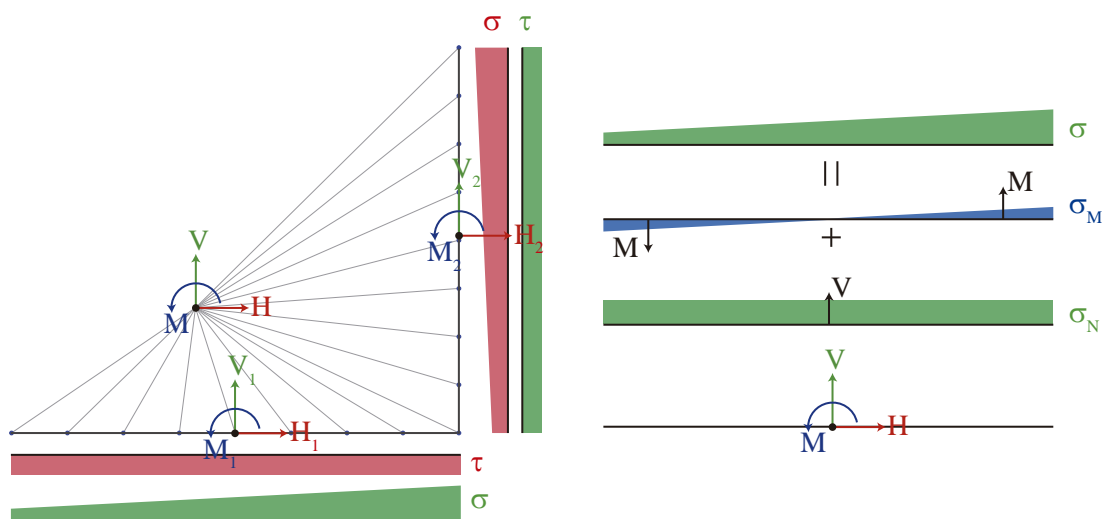


Figura 26 – Esforços Resultantes da Simulação 1

Como resultado da simulação, o programa apresenta os esforços axiais resultantes em cada nó de ligação, formando assim um diagrama de esforços distribuídos ao longo da barra. Estes esforços axiais agora devem ser separados, como mostra a Figura 26, que exemplifica a discretização para uma das regiões, através da superposição dos efeitos, buscando encontrar os esforços horizontais, verticais e o momento aplicado no centro de gravidade da barra, que representa a linha de ruptura.

Com o resultado dos esforços no centro geométrico de cada linha de ruptura, parte-se para a verificação da resistência das linhas de corte, conforme 2.6.4 que são apresentadas no Apêndice E.

3.7. Simulação 2 – Ligação Composta

A seguinte simulação, que também é realizada com auxílio do software computacional MidasGEN, tem como base a análise composta de todas as regiões que formam a ligação, buscando realizar uma modelagem em que as linhas de rupturas sejam influenciadas pelos esforços solicitados em suas regiões adjacentes, diferente do método anterior em que cada região era analisada separadamente sem levar em consideração a influência das demais áreas.

Tendo em vista que a utilização do elemento de ligação rígida, utilizada na simulação anterior é restrita para a conexão de apenas um nó mestre, nesta simulação faz-se necessária a utilização da ligação elástica do tipo rígido, onde os nós que compõem as linhas de ruptura são conectados aos nós pertencentes aos centros geométricos das áreas de ancoragem, onde são aplicados os esforços oriundos da ancoragem entre a peça de madeira e a chapa metálica. Essa ligação torna possível a modelagem da transferência dos esforços aplicados no centro geométrico de cada região para as linhas de ruptura adjacentes.

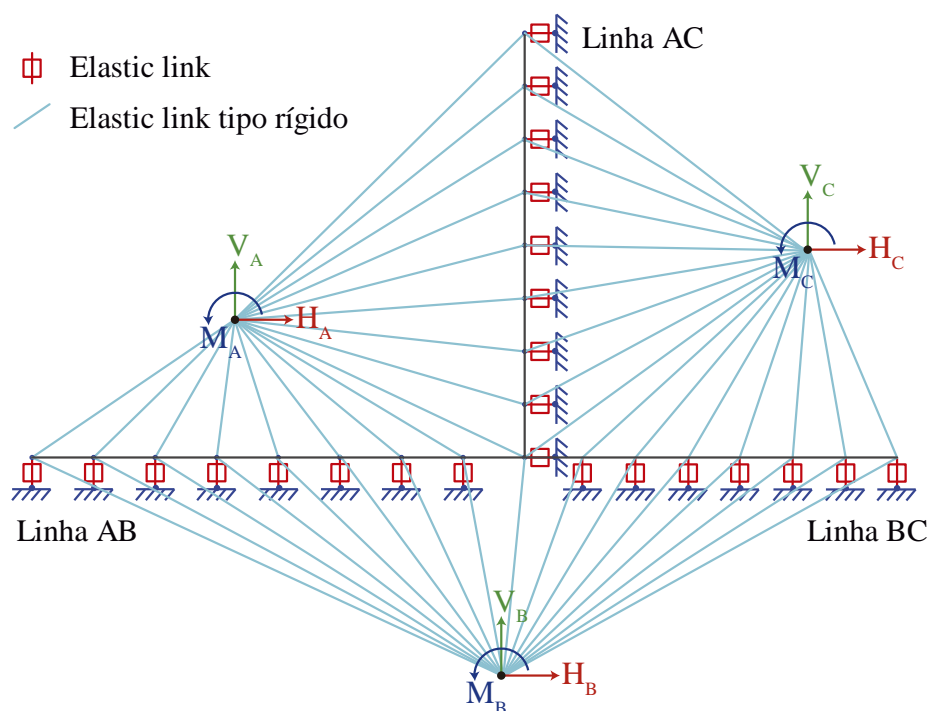


Figura 27 – Representação da Simulação 2 – Ligação Composta

Para as barras, que representam as linhas de ruptura, foram adotadas seções e materiais genéricos. Cada linha é dividida em 16 partes de igual dimensão, tendo em vista que esse número de divisões gera 17 nós, número que já apresenta uma quantidade suficiente de esforços para análise dos resultados.

Estes nós são então conectados através de uma ligação elástica a outro nó engastado e situado uma certa distância. A rigidez a ser utilizada na ligação rígida das linhas de ruptura de cada região é calculada através de 2.5.2. E a rigidez da mola a ser utilizada na ligação elástica das linhas de rupturas é calculada através da média entre os valores de rigidez das regiões adjacentes, como apresentam as equações Eq. 25, Eq. 26 e Eq. 27.

$$K_{AB} = (K_A + K_B)/2 \quad \text{Eq. 25}$$

$$K_{BC} = (K_B + K_C)/2 \quad \text{Eq. 26}$$

$$K_{AC} = (K_A + K_C)/2 \quad \text{Eq. 27}$$

Os valores da rigidez equivalente das molas utilizadas são apresentados na Tabela 6:

Tabela 6 - Valores de rigidez das molas equivalentes

	K_x [kN/cm]	K_y [kN/cm]
Linha AB	300,7	300,7
Linha BC	321,3	321,3
Linha AC	196,4	196,4

Como resultado da simulação, são obtidos os esforços em cada nó que compõe a linha de ruptura, através da decomposição dos esforços é possível encontrar os esforços que atuam no centro de cada linha de ruptura e realizar a verificação da resistência da mesma através de 2.6.4, apresentadas no Apêndice F.

Capítulo 4

Resultados e Discussões

Os desenvolvimentos dos cálculos realizados para a verificação das linhas de ruptura para cada modelagem realizada são apresentados nas folhas de cálculo em apêndice, neste capítulo optou-se por apresentar apenas os resultados dos esforços nas linhas de ruptura extraídos das simulações e os resultados de verificações de suas resistências.

Os valores referentes a verificação da resistência da área de ancoragem de cada região calculados através de 2.6.3 e apresentados no Apêndice A são apresentados na Tabela 7:

Tabela 7 - Verificação da resistência da área de ancoragem dos nós

	$\tau_{F,d}$ [kN/cm ²]	$\tau_{M,d}$ [kN/cm ²]	$f_{a,\alpha,\beta,d}$ [kN/cm ²]	$f_{a,0,0,d}$ [kN/cm ²]	Verificação
Nó A	0,048	0	0,107	0,160	20%
Nó B	0,037	0,004	0,098	0,160	14%
Nó C	0,066	0	0,120	0,160	30%

Através da aplicação dos esforços atuantes em cada região, em cada modelagem obteve-se como resultado os esforços atuantes em cada linha de ruptura. Tendo estes esforços, primeiramente fez-se necessário realizar a comparação entre estes esforços atuantes no centro geométrico de cada linha de ruptura, a fim de verificar o equilíbrio entre forças e a diferente abordagem dos esforços que atuam nas linhas, como tração, compressão, cisalhamento e esforços devido ao momento fletor.

A Tabela 8 apresenta os esforços resultantes no centro geométrico de cada linha de ruptura, a angulação α entre a força equivalente e a direção principal da chapa e o ângulo γ formado entre a direção principal da CMD e a linha de ruptura em questão.

Tabela 8 - Esforços resultantes nas linhas de ruptura

		V [kN]	H [kN]	M [kN.m]	α [°]	γ [°]
Linha B (B)	Método 1	1,850	4,000	0,206	65,2	90
	Método 2	1,850	4,000	0,206	65,2	
	Método 3	1,850	4,000	0,206	65,2	
	Simulação 1	1,850	4,000	0,345	65,2	
	Simulação 2	0,150	0,563	0,122	75,1	
Linha AB (A)	Método 1	2,180	-2,250	0,026	45,9	90
	Método 2	-1,040	-2,240	-0,120	65,1	
	Método 3	0,711	-0,867	0,000	50,6	
	Simulação 1	0,750	-0,869	0,001	49,2	
	Simulação 2	-1,915	0,563	0,041	16,4	
Linha CB (C)	Método 1	-4,000	-1,750	0,000	23,6	90
	Método 2	-0,810	-1,760	-0,090	65,3	
	Método 3	-1,530	-2,505	0,000	58,6	
	Simulação 1	-1,117	-1,662	0,001	56,1	
	Simulação 2	0,599	1,904	0,027	72,5	
Linha AC (A)	Método 1	-0,670	0,470	-0,122	35,0	0
	Método 2	2,550	0,450	0,120	10,0	
	Método 3	0,800	-0,913	0,000	48,8	
	Simulação 1	0,808	-0,933	-0,001	49,1	
	Simulação 2	0,110	-1,140	-0,033	84,5	
Linha AC (C)	Método 1	-0,720	0,500	0,124	34,8	0
	Método 2	-2,470	-0,490	0,100	11,2	
	Método 3	-1,748	0,357	-0,004	11,5	
	Simulação 1	-1,199	-1,719	0,002	55,1	
	Simulação 2	0,110	-1,140	-0,033	84,5	

Apesar de a Linha B apresentar caráter de distribuição de esforços simples, observa-se uma diferença entre os valores de momento fletor obtidos entre os Métodos 1, 2, 3 e a Simulação 1. Isso ocorre devido ao fato das simulações feitas com auxílio de software computacional realizarem cálculos no meio elástico, diferente dos modelos analíticos, onde o comportamento da estrutura é plástico.

Com os resultados dos esforços atuantes nas linhas de ruptura, realizou-se a verificação das mesmas através do método de verificação de resistência das linhas de ruptura apresentado em 2.6.4 com o auxílio do software computacional Mathcad de matemática para engenharia, buscando automatizar o processo de verificação. As folhas de cálculo geradas são apresentadas nos apêndices deste projeto. Os resultados das verificações são mostrados na Tabela 9:

Tabela 9 - Verificação das linhas de ruptura

		Fx,Ed [kN]	Fy,Ed [kN]	Fx,Rd [kN]	Fy,Rd [kN]	Verificação
Linha B	Método 1	7,42	4,00	36,43	9,9	20%
	Método 2	7,42	4,00	36,43	9,9	20%
	Método 3	7,42	4,00	36,43	9,9	20%
	Simulação 1	9,47	0,56	36,43	9,9	7%
	Simulação 2	3,18	0,56	36,43	9,9	1%
Linha AB	Método 1	3,83	2,25	15,51	4,22	35%
	Método 2	8,66	2,24	15,51	4,22	59%
	Método 3	0,71	0,87	15,51	4,22	4%
	Simulação 1	0,81	0,87	15,51	4,22	5%
	Simulação 2	4,51	0,56	15,51	4,22	10%
Linha CB	Método 1	4,03	1,75	12,06	3,28	40%
	Método 2	8,16	1,76	12,06	3,28	75%
	Método 3	1,53	2,51	12,06	3,28	60%
	Simulação 1	1,20	1,66	12,06	3,28	27%
	Simulação 2	2,80	1,90	12,06	3,28	39%
Linha AC	Método 1	0,70	7,52	5,47	10,77	50%
	Método 2	0,04	6,30	5,47	10,77	34%
	Método 3	0,47	0,51	5,47	10,77	1%
	Simulação 1	0,20	1,42	5,47	10,77	2%
	Simulação 2	0,11	3,03	5,47	10,77	8%

Analisando os esforços aplicados nas linhas de ruptura, é possível observar que os métodos 1 e 2 apresentam-se mais críticos, quando comparados com os demais no critério de verificação segundo o EC 5. Assim como é possível verificar que em algumas linhas de ruptura, alguns métodos apresentaram-se consideravelmente conservadores, chegando a níveis de verificação menores que 10%, como o que ocorrem com a simulação 1 e 2 para a Linha B, método 1, simulação 1 e 2 para as linhas AB e AC.

Os gráficos apresentados na Figura 28 e Figura 29 apresentam os valores dos esforços de cálculo solicitantes nas direções principais nas linhas de ruptura e a verificação das mesmas respectivamente.

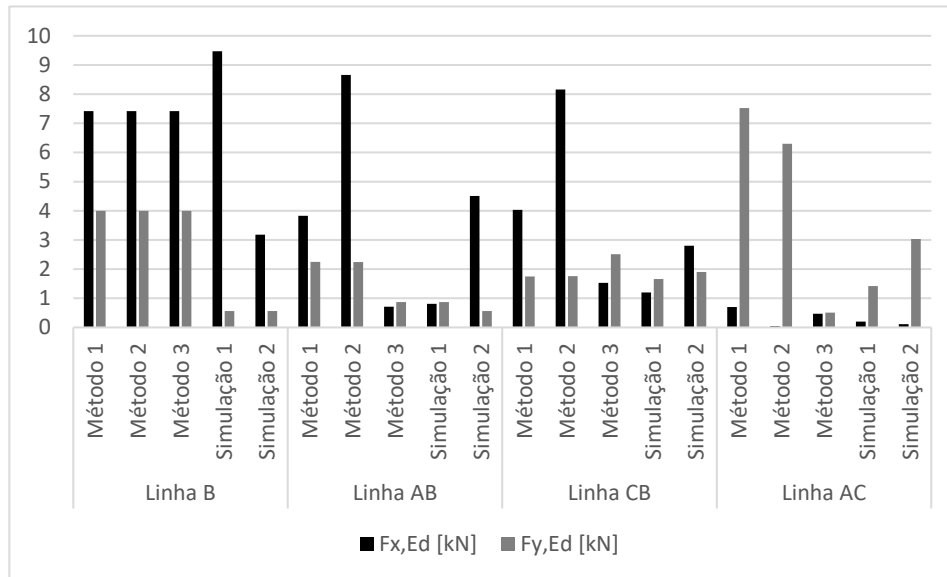


Figura 28 - Gráfico Esforços Solicitantes na Placa nas Linhas de Ruptura

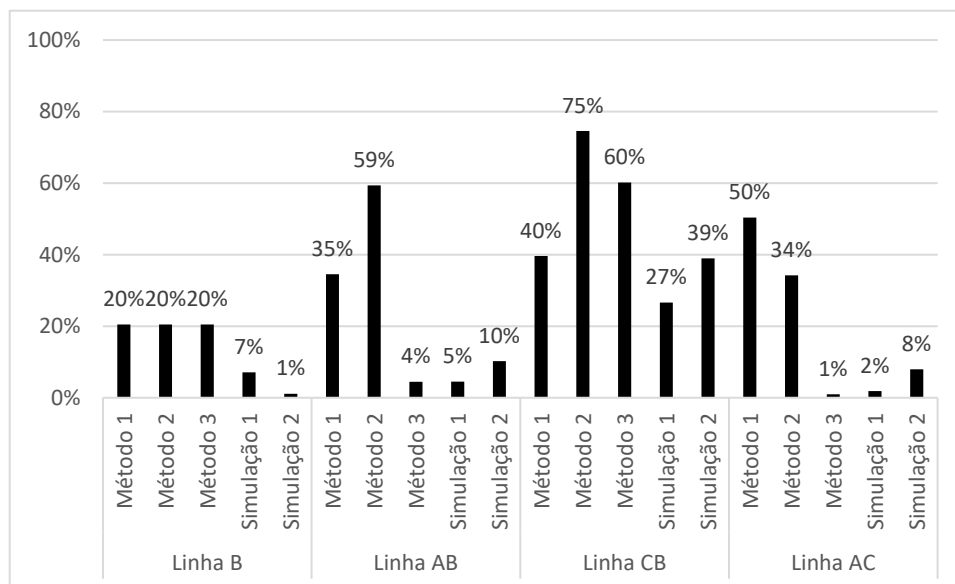


Figura 29 - Gráfico Verificação Linhas de Ruptura

4.1. Combinação Crítica

Buscando analisar dentre as modelagens propostas quais se mostram mais críticas, mostra-se a necessidade da obtenção de uma combinação crítica, composta pelo máximo valor em módulo para cada linha de ruptura obtidos nos modelos analisados. Os valores críticos são apresentados na Tabela 10:

Tabela 10 - Combinação crítica de esforços atuantes nas linhas de ruptura

	V [kN]	H [kN]	M [kN.m]	α [°]	γ [°]
Linha B	1,850	4,000	0,345	65,2	90
Linha AB	2,180	-2,250	-0,120	45,9	90
Linha CB	-4,000	-2,505	-0,090	32,1	90
Linha AC	2,550	-1,719	0,110	34,0	0

Na Tabela 11 é apresentada a identificação dos métodos mais críticos para cada linha de ruptura por tipo de esforços resultante, onde: M1=Modelo 1; M2=Modelo 2; M3=Modelo 3; S1=Simulação 1; S2=Simulação 2.

Tabela 11 – Identificação dos métodos críticos para cada linha de ruptura

	V	H	M
Linha B	M1, M2, M3, S1	M1, M2, M3, S1	S1
Linha AB	M1	M1	M2
Linha CB	M1	M3	M2
Linha AC	M2	S1	M2

Esta combinação crítica, por sua vez, gera os esforços axiais nas linhas de ruptura apresentados na Tabela 12 calculados e verificados através de 2.6.4, cujos cálculos são apresentados no Apêndice G.

Tabela 12 – Verificação das linhas de ruptura da combinação crítica

	F_x,Ed [kN]	F_y,Ed [kN]	F_x,Rd [kN]	F_y,Rd [kN]	Verificação
Linha B	11,170	4,000	36,43	9,90	26%
Linha AB	9,800	2,250	15,51	4,22	68%
Linha CB	11,350	2,510	12,06	3,28	147%
Linha AC	2,550	8,800	5,47	10,77	88%

Nota-se que devido a combinação crítica gerada para a linha CB, os esforços resultantes na linha de ruptura não verificam o critério de resistência.

A Tabela 13 tem como finalidade apresentar a comparação entre os valores das forças de cálculo aplicadas nas linhas de ruptura através de cada modelo de cálculo com os valores da combinação crítica, a fim de verificar a modelagem mais crítica entre elas. Para isso, são apresentados os valores em porcentagem da razão entre a força obtida em cada método para cada linha de ruptura e a força obtida através da combinação crítica para esta mesma linha. É então obtida uma média dos valores percentuais de criticidade para cada método.

Pode-se verificar que os valores mais críticos para os esforços de cálculo foram em média os valores obtidos através do modelo 2 na direção x e através do modelo 1 para a direção y da chapa, como mostra a Tabela 12. Ainda, é possível observar que ocorrem situações onde as combinações de esforços da linha B em F_y geram os esforços mais críticos nas linhas de ruptura.

Tabela 13 - Comparação valores críticos nas linhas de ruptura

		$F_{x,Ed}$		$F_{y,Ed}$	
Mod. 1	Linha B	66%	42%	100%	95%
	Linha AB	39%		100%	
	Linha CB	36%		93%	
	Linha AC	27%		85%	
Mod. 2	Linha B	66%	57%	100%	81%
	Linha AB	88%		100%	
	Linha CB	72%		52%	
	Linha AC	2%		72%	
Mod. 3	Linha B	66%	26%	100%	55%
	Linha AB	7%		39%	
	Linha CB	13%		74%	
	Linha AC	18%		6%	
Sim. 1	Linha B	85%	28%	14%	29%
	Linha AB	8%		39%	
	Linha CB	11%		49%	
	Linha AC	8%		16%	
Sim. 2	Linha B	28%	26%	14%	32%
	Linha AB	46%		25%	
	Linha CB	25%		56%	
	Linha AC	4%		34%	

Capítulo 5

Conclusões

O presente trabalho teve como objetivo propor cinco diferentes modelagens das linhas de ruptura de uma ligação do tipo K em treliça de madeira feita em CMD, com o intuito de proporcionar metodologias para obtenção de esforços resultantes e encontrar as especificidades de cada modelagem através da comparação com a combinação crítica gerada por estas.

Para alcançar os objetivos propostos, fez-se necessário um estudo do estado da arte referente à modelagem de treliças e chapas metálicas dentadas, assim como o estudo das referentes normas de dimensionamento, como o Eurocode 5, a Norma Francesa DTU 31.1 e a Norma Alemã DIN 1052.

Foram realizadas as modelagens e com os resultados dos esforços apresentados, pôde-se verificar que cada método proposto proporciona uma distribuição de esforços diferentes em cada linha de ruptura. Tendo em vista que as simulações numéricas realizam uma abordagem elástica levando em consideração o deslocamento das linhas de ruptura, enquanto os métodos manuais realizam uma análise mais plástica mais simplificada.

Com a combinação crítica, verificou-se que dentre os métodos propostos, os que mais mostraram-se críticos para o estudo de caso foram os modelos 1 e 2, modelos em que cada região de ancoragem é analisada analiticamente de maneira independente, onde os esforços aplicados nas linhas de ruptura são transferidos através das linhas de ruptura adjacentes.

Este método, simplificado, que não leva em consideração a rigidez e a resistência gerada pelas molas na região das linhas de ruptura, podem resultar em esforços maiores.

O modelo 3, apesar de possuir a mesma lógica de análise de cada região separadamente resultou esforços reduzidos quando comparado com a combinação crítica. Esta diferença está relacionada com a dimensão da linha equivalente utilizada, que pode mostrar-se ainda mais significativa em ligações que possuam um maior número de linhas de ruptura.

Quanto às simulações numéricas, onde são levadas em consideração a distribuição igualitária dos esforços nas linhas de ruptura e onde as barras que representam as linhas possuem como condições de contorno a resistência gerada pela placa representada por molas, os esforços resultantes se mostraram consideravelmente reduzidos.

Além disso, apesar de a combinação crítica analisada ser o suficiente para uma comparação entre os esforços aplicados nas linhas de ruptura, o fato de ser composta por valores oriundos de diversos modelos faz com que sua utilização não seja a mais adequada para verificação final das linhas de ruptura. Tendo como exemplo a força na direção perpendicular à principal gerada através das combinações de esforços para a linha CB que não verificou, no entanto, quando verificados de maneira separada todos os métodos verificaram a resistência.

5.1. Trabalhos Futuros

Apesar de já ser possível realizar uma comparação entre os modelos aqui propostos, esta iniciativa pode ser continuada através de um estudo paramétrico entre eles, onde através da variação de parâmetros possa ser analisado em qual escopo cada modelo apresenta uma maior criticidade e definir restrições e limites de utilização para cada modelo. Assim, os possíveis estudos futuros citados são:

- Verificação do comportamento de cada método para diferentes geometrias;
- Verificação do comportamento de cada método para diferentes situações de ruptura;
- Análise paramétrica para cada método proposto;
- Limites de utilização para cada método proposto.

Referências bibliográficas

- [1] H. Hartmann, “Nagelplattenbinder nach DIN 1052 : 2008-12,” 2015.
- [2] C. Calil Jr. and J. C. Molina, “Coberturas em Estruturas de Madeira: Exemplos de Cálculo,” p. 207, 2010.
- [3] N. Matiello and S. Nespolo, “Estudo do comportamento das ligações de peças de madeira com chapas de dentes estampados, para utilização em tesouras leves com madeira de reflorestamento,” Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2015.
- [4] C. Calil Júnior and A. A. Dias, “Utilização Da Madeira Em Construções Rurais,” *Rev. Bras. Eng. Agrícola e Ambient.*, vol. 1, no. 1, pp. 71–77, 1997.
- [5] S. Thelandersson and H. J. Larsen, *Timber Engineering*. John Willey & Sons, LTD, 2003.
- [6] Swedish Forest Industries Federation, *Design of timber structures - Volume 1*, vol. 1. 2015.
- [7] Vermont Timber Works, “Timber Trusses,” 2019. [Online]. Available: <https://www.vermonttimberworks.com/our-work/timber-trusses/>. [Accessed: 12-Jul-2019].
- [8] F. Almeida, “A Madeira Como Material Estrutural – Projeto Da Estrutura De um Edifício,” 2012.
- [9] The European Union Per Regulation, “Eurocode 5: Design of timber structures - Part 1-1: General - Common rules and rules for buildings Eurocode,” 2004.
- [10] L. T. Baraldi, “Método de Ensaio de Ligações de Estruturas de Madeira por Chapas com Dentes Estampados,” Universidade de São Paulo, 1996.
- [11] W. Mckenzie and B. Zhan, *Design of structural timber: To eurocode 5*, 2nd ed. Macmillan International Higher Education, 2007.
- [12] Association Française de Normalisation, “NF DTU 31.3 - Building works - Timber structures connected with metal plate fasteners,” 2012.
- [13] Deutsches Institut für Normung, “DIN 1052:2008 - Design of timber structures - General rules and rules for buildings,” 2008.
- [14] European Committe for Standardization, “EN 1075 - Timber structures - Test methods - Joints made with punched metal plate fasteners Structures,” 2000.
- [15] The European Union Per Regulation, “EN 14545 - Timber structures - Connectors - Requirements,” 2008.
- [16] J. Porteous and A. Kermani, *Structural timber design*. Blackwell Science Ltd, 2007.
- [17] M. H. Souza, “A Madeira,” 2012. [Online]. Available:

- <http://www.mundoflorestal.com.br/mediawiki/index.php?title=Madeiras>. [Accessed: 05-Mar-2019].
- [18] M. H. Ramage *et al.*, “The wood from the trees: The use of timber in construction,” *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 68, no. October 2015, pp. 333–359, 2017.
 - [19] H. D. Cañola, C. Echavarría, and B. Echavarría, “Vigas de madeira laminada Glulam reforçadas com pletinas metálicas dentadas,” *DYNA*, vol. 85, no. 204, pp. 127–133, 2018.
 - [20] W. Pfeil and M. Pfeil, *Estruturas de Madeira*, 6th ed. Rio de Janeiro: Editora LTC, 2003.
 - [21] A. Moliterno, *Caderno de Projetos de Telhados em Estruturas de Madeira*, 4th ed. São Paulo: Blucher, 2010.
 - [22] P. Ellegaard and J. Nielsen, “Advanced Modelling of Trusses with Punched Metal Plate Fasteners,” 1999.
 - [23] J. Negrão and A. Faria, *Projecto de Estruturas de Madeira*. Publindústria, 2009.
 - [24] A. B. Cheung, “Tabuleuri Orótropo Trelizado Protendido Transversalmente para Aplicação em Pontes de Madeira,” Universidade de São Paulo, 2003.
 - [25] F. P. Beer, E. R. Johnston, and F. D. Mazurek, *Mecânica Vetorial para Engenheiros: Estática*, 11th ed. McGraw Hill Brasil, 2019.
 - [26] M. Gen, “Manual Midas Gen - Rigid Link.” [Online]. Available: http://manual.midasuser.com/EN_Common/Gen/865/Start/04_Model/06_Boundaries/Rigid_Link.htm. [Accessed: 10-Jul-2019].
 - [27] Midas Gen, “Manual Midas Gen - Elastic Link.” [Online]. Available: http://manual.midasuser.com/EN_TW/Gen/791/Start/04_Model/06_Boundaries/elastic_Link.htm. [Accessed: 10-Jul-2019].

Apêndice A

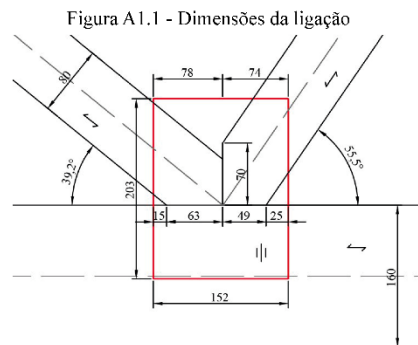
Folha de Cálculo – Verificação da Área de Ancoragem da Ligação

Folha de Cálculo - Área de Ancoragem

GEOMETRIA E CARACTERÍSTICAS DA LIGAÇÃO

Verificação da capacidade resistente de uma chapa de ligação entre três elementos estruturais de madeira de uma treliça.

As dimensões da geometria do nó em estudo é representado na Figura A1.1.



Valores característicos da chapa:

$$t := 1.5 \text{ mm}$$

$$k_1 := -0.022 \frac{N}{\text{mm}^2}$$

$$K_{ser} := 3.5 \frac{N}{\text{mm} \cdot \text{mm}^2}$$

$$k_2 := 0.0031 \frac{N}{\text{mm}^2}$$

$$f_{a,0,0,k} := 2.31 \frac{N}{\text{mm}^2}$$

$$\alpha_0 := 38^\circ$$

$$k_{mod} := 0.9$$

$$f_{a,90,90,k} := 1.3 \frac{N}{\text{mm}^2}$$

Folha de Cálculo - Área de Ancoragem

Verificação da Resistência da Ligação

Ancoragem da placa na zona inferior - Nó B

$$\begin{aligned}
 A_{ef.B} &:= 15.2 \text{ cm} \cdot 7.8 \text{ cm} = 118.56 \text{ cm}^2 \\
 I_x &:= \frac{15.2 \text{ cm} \cdot (7.8 \text{ cm})^3}{12} = 601 \text{ cm}^4 \\
 I_y &:= \frac{7.8 \text{ cm} \cdot (15.2 \text{ cm})^3}{12} = 2283 \text{ cm}^4 \\
 I_p &:= I_x + I_y = 2884 \text{ cm}^4 \\
 r_{max} &:= \sqrt{(7.6 \text{ cm})^2 + (3.9 \text{ cm})^2} = 0.09 \text{ m} \\
 W_{el} &:= \frac{I_p}{r_{max}} = 337.59 \text{ cm}^3
 \end{aligned}$$

Cálculo da resistência plástica de acordo com 8.48 do Eurocode 5.

$$\begin{aligned}
 h_{ef} &:= 7.8 \text{ cm} \\
 d &:= \sqrt{\left(\frac{A_{ef.B}}{h_{ef}}\right)^2 + h_{ef}^2} = 0.17 \text{ m} \\
 W_{pl} &:= \frac{A_{ef.B} \cdot d}{4} = 506.38 \text{ cm}^3
 \end{aligned}$$

A proporção entre o módulo de elasticidade e plasticidade é dado por:

$$\alpha_{pl} := \frac{W_{pl}}{W_{el}} = 1.5$$

Assim, obtém-se a rigidez da mola referente a este nó.

$$\begin{aligned}
 \gamma_M &:= 1.3 && \text{Fator parcial de propriedade do material (2.4.1 - Eurocode 5)} \\
 K_u &:= \frac{2}{3} \cdot \frac{K_{ser}}{\gamma_M} = 1.79 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^3} \\
 K_\varphi &:= 2 \cdot K_u \cdot I_p = 103.52 \text{ kN} \cdot \text{m} \\
 K_x &:= 2 \cdot K_u \cdot A_{ef.B} = 425.6 \frac{\text{kN}}{\text{cm}} && K_y := K_x \\
 W_{pl.B} &:= W_{pl}
 \end{aligned}$$

Folha de Cálculo - Área de Ancoragem

Ancoragem da placa na zona inferior - Nó A

$$A_{ef,A} := 49.1 \text{ cm}^2$$

$$I_x := 271 \text{ cm}^4$$

$$I_y := 183 \text{ cm}^4$$

$$I_p := I_x + I_y = 454 \text{ cm}^4$$

$$r_{max} := 6.88 \text{ cm}$$

$$W_{el} := \frac{I_p}{r_{max}} = 65.99 \text{ cm}^3$$

Cálculo do módulo de elasticidade de acordo com 8.48 do Eurocode 5.

$$W_{pl} := \alpha_{pl} \cdot W_{el} = 98.98 \text{ cm}^3$$

$$W_{pl,A} := W_{pl}$$

Assim, obtém-se a rigidez da mola referente a este nó.

$$\gamma_M := 1.3 \quad \text{Fator parcial de propriedade do material (2.4.1 - Eurocode 5)}$$

$$K_u := \frac{2}{3} \cdot \frac{K_{scr}}{\gamma_M} = 1.79 \frac{kN}{cm^3}$$

$$K_\varphi := 2 \cdot K_u \cdot I_p = 16.3 \text{ kN} \cdot m$$

$$K_x := 2 \cdot K_u \cdot A_{ef,A} = 176.26 \frac{kN}{cm} \quad K_y := K_x$$

Ancoragem da placa na zona inferior - Nó C

$$A_{ef,C} := 60.6 \text{ cm}^2$$

$$I_x := 528 \text{ cm}^4$$

$$I_y := 187 \text{ cm}^4$$

$$I_p := I_x + I_y = 715 \text{ cm}^4$$

$$r_{max} := 6.52 \text{ cm}$$

$$W_{el} := \frac{I_p}{r_{max}} = 109.66 \text{ cm}^3$$

Folha de Cálculo - Área de Ancoragem

Cálculo do módulo de elasticidade de acordo com 8.48 do Eurocode 5.

$$W_{pl} := \alpha_{pl} \cdot W_{el} = 164.49 \text{ cm}^3 \qquad W_{pl,C} := W_{pl}$$

Assim, obtém-se a rigidez da mola referente a este nó.

$$\gamma_M := 1.3 \qquad \text{Fator parcial de propriedade do material (2.4.1 - Eurocode 5)}$$

$$K_u := \frac{2}{3} \cdot \frac{K_{ser}}{\gamma_M} = 1.79 \frac{kN}{cm^3}$$

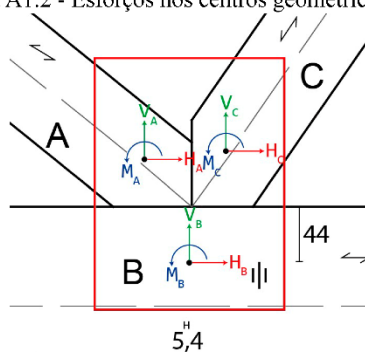
$$K_\varphi := 2 \cdot K_u \cdot I_p = 25.67 \text{ kN} \cdot m$$

$$K_x := 2 \cdot K_u \cdot A_{ef,C} = 217.54 \frac{kN}{cm} \qquad K_y := K_x$$

Folha de Cálculo - Área de Ancoragem

Verificação da Ancoragem da Placa

Figura A1.2 - Esforços nos centros geométricos da placa



Esforços solicitantes nos centros geométricos da placa nos nós:

$$M_A := 0.0 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_B := 0.02 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_C := 0 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$V_A := -1.51 \text{ kN}$$

$$V_B := -1.85 \text{ kN}$$

$$V_C := 3.28 \text{ kN}$$

$$H_A := 1.78 \text{ kN}$$

$$H_B := -4 \text{ kN}$$

$$H_C := 2.25 \text{ kN}$$

$$\alpha_A := \text{atan}\left(\frac{H_A}{V_A}\right) = 49.69^\circ$$

$$\beta_B := \text{atan}\left(\frac{V_B}{H_B}\right) = 24.8^\circ$$

$$\alpha_C := \text{atan}\left(\frac{H_C}{V_C}\right) = 34.45^\circ$$

$$\beta_A := 90^\circ - \alpha_A - 39.2^\circ = 1.1^\circ$$

$$\alpha_B := 90^\circ - \beta_B = 65.2^\circ$$

$$\beta_C := 90^\circ - \alpha_C - 55.5^\circ = 0.05^\circ$$

Verificação da Ancoragem do nó B

$$\alpha := \alpha_B \quad \beta := \beta_B$$

$$F_{B.Ed} := \sqrt{V_B^2 + H_B^2} = 4.41 \text{ kN}$$

$$\tau_{B.F.d} := \frac{F_{B.Ed}}{A_{ef.B}} = 0.037 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau_{B.M.d} := \frac{M_B}{W_{pl.B}} = 0.004 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Conforme 8.42 e 8.44 do Eurocode 5:

$$\alpha = 65.18^\circ > \alpha_0 = 38^\circ \quad \text{e} \quad \beta = 24.82^\circ$$

$$f_{a,\alpha,0,k} := \begin{cases} \text{if } \alpha < \alpha_0 \\ f_{a,0,0,k} + k_1 \cdot \alpha \\ \text{else if } \alpha_0 < \alpha < 90 \\ f_{a,0,0,k} + k_1 \cdot \alpha_0 + k_2 \cdot (\alpha - \alpha_0) \end{cases}$$

Folha de Cálculo - Área de Ancoragem

II

$$f_{a,\alpha,\beta,k} := \begin{cases} \text{if } \beta \leq 45^\circ \\ \left\| \max \left(f_{a,\alpha,0,k} - (f_{a,\alpha,0,k} - f_{a,90,90,k}) \cdot \frac{\beta}{45^\circ}, f_{a,0,0,k} - (f_{a,0,0,k} - f_{a,90,90,k}) \cdot \sin(\alpha) \right) \right\| \\ \text{else if } 45^\circ < \beta \leq 90^\circ \\ \left\| f_{a,0,0,k} - (f_{a,0,0,k} - f_{a,90,90,k}) \cdot \sin(\max(\alpha, \beta)) \right\| \end{cases}$$

$$f_{a,\alpha,\beta,k} = 1.42 \frac{N}{mm^2} \quad f_{B,a,\alpha,\beta,d} := f_{a,\alpha,\beta,k} \cdot \frac{k_{mod}}{\gamma_M} = 0.98 \frac{N}{mm^2}$$

$$f_{a,0,0,k} = 2.31 \frac{N}{mm^2} \quad f_{B,a,0,0,d} := f_{a,0,0,k} \cdot \frac{k_{mod}}{\gamma_M} = 1.6 \frac{N}{mm^2}$$

Verificação da Ancoragem do nó A

$$\alpha := \alpha_A \quad \beta := \beta_A$$

$$F_{A.Ed} := \sqrt{V_A^2 + H_A^2} = 2.33 \text{ kN}$$

$$\tau_{A.F.d} := \frac{F_{A.Ed}}{A_{ef,A}} = 0.048 \frac{kN}{cm^2} \quad \tau_{A.M.d} := \frac{M_A}{W_{pl,A}} = 0 \frac{kN}{cm^2}$$

Conforme 8.42 e 8.44 do Eurocode 5:

$$\alpha = 49.69^\circ > \alpha_0 = 38^\circ \quad \text{e} \quad \beta = 1.11^\circ$$

$$f_{a,\alpha,0,k} := \begin{cases} \text{if } \alpha < \alpha_0 \\ \left\| f_{a,0,0,k} + k_1 \cdot \alpha \right\| \\ \text{else if } \alpha_0 < \alpha < 90^\circ \\ \left\| f_{a,0,0,k} + k_1 \cdot \alpha_0 + k_2 \cdot (\alpha - \alpha_0) \right\| \end{cases}$$

$$f_{a,\alpha,\beta,k} := \begin{cases} \text{if } \beta \leq 45^\circ \\ \left\| \max \left(f_{a,\alpha,0,k} - (f_{a,\alpha,0,k} - f_{a,90,90,k}) \cdot \frac{\beta}{45^\circ}, f_{a,0,0,k} - (f_{a,0,0,k} - f_{a,90,90,k}) \cdot \sin(\alpha) \right) \right\| \\ \text{else if } 45^\circ < \beta \leq 90^\circ \\ \left\| f_{a,0,0,k} - (f_{a,0,0,k} - f_{a,90,90,k}) \cdot \sin(\max(\alpha, \beta)) \right\| \end{cases}$$

$$f_{a,\alpha,\beta,k} = 1.54 \frac{N}{mm^2} \quad f_{A,a,\alpha,\beta,d} := f_{a,\alpha,\beta,k} \cdot \frac{k_{mod}}{\gamma_M} = 1.07 \frac{N}{mm^2}$$

$$f_{a,0,0,k} = 2.31 \frac{N}{mm^2} \quad f_{A,a,0,0,d} := f_{a,0,0,k} \cdot \frac{k_{mod}}{\gamma_M} = 1.6 \frac{N}{mm^2}$$

Folha de Cálculo - Área de Ancoragem

Verificação da Ancoragem do nó C

$$\alpha := \alpha_C \quad \beta := \beta_C$$

$$F_{C.Ed} := \sqrt{V_C^2 + H_C^2} = 3.98 \text{ kN}$$

$$\tau_{C.F.d} := \frac{F_{C.Ed}}{A_{ef.C}} = 0.066 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\tau_{C.M.d} := \frac{M_C}{W_{pl.C}} = 0 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Conforme 8.42 e 8.44 do Eurocode 5:

$$\alpha = 34.45^\circ > \alpha_0 = 38^\circ \quad \text{e} \quad \beta = 0.05^\circ$$

$$f_{a.\alpha.0.k} := \begin{cases} f_{a.0.0.k} + k_1 \cdot \alpha & \text{if } \alpha < \alpha_0 \\ f_{a.0.0.k} + k_1 \cdot \alpha_0 + k_2 \cdot (\alpha - \alpha_0) & \text{else if } \alpha_0 < \alpha < 90 \end{cases}$$

$$f_{a.\alpha.\beta.k} := \begin{cases} \max \left(f_{a.\alpha.0.k} - (f_{a.\alpha.0.k} - f_{a.90.90.k}) \cdot \frac{\beta}{45^\circ}, f_{a.0.0.k} - (f_{a.0.0.k} - f_{a.90.90.k}) \cdot \sin(\alpha) \right) & \text{if } \beta \leq 45^\circ \\ f_{a.0.0.k} - (f_{a.0.0.k} - f_{a.90.90.k}) \cdot \sin(\max(\alpha, \beta)) & \text{else if } 45^\circ < \beta \leq 90^\circ \end{cases}$$

$$f_{a.\alpha.\beta.k} = 1.74 \frac{N}{\text{mm}^2} f_{C.a.\alpha.\beta.d} := f_{a.\alpha.\beta.k} \cdot \frac{k_{mod}}{\gamma_M} = 1.2 \frac{N}{\text{mm}^2}$$

$$f_{a.0.0.k} = 2.31 \frac{N}{\text{mm}^2} f_{C.a.0.0.d} := f_{a.0.0.k} \cdot \frac{k_{mod}}{\gamma_M} = 1.6 \frac{N}{\text{mm}^2}$$

Folha de Cálculo - Área de Ancoragem

VERIFICAÇÃO DA ÁREA DE ANCORAGEM

Verificação Região B

$$\tau_{B.F.d} = 0.037 \frac{kN}{cm^2} \quad f_{B.a.\alpha.\beta.d} = 0.098 \frac{kN}{cm^2}$$

$$\tau_{B.M.d} = 0.004 \frac{kN}{cm^2} \quad f_{B.a.0.0.d} = 0.16 \frac{kN}{cm^2}$$

$$\left(\frac{\tau_{B.F.d}}{f_{B.a.\alpha.\beta.d}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{B.M.d}}{f_{B.a.0.0.d}} \right)^2 = 0.14 < 1$$

Verificação Região A

$$\tau_{A.F.d} = 0.048 \frac{kN}{cm^2} \quad f_{A.a.\alpha.\beta.d} = 0.107 \frac{kN}{cm^2}$$

$$\tau_{A.M.d} = 0 \frac{kN}{cm^2} \quad f_{A.a.0.0.d} = 0.16 \frac{kN}{cm^2}$$

$$\left(\frac{\tau_{A.F.d}}{f_{A.a.\alpha.\beta.d}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{A.M.d}}{f_{A.a.0.0.d}} \right)^2 = 0.2 < 1$$

Verificação Região C

$$\tau_{C.F.d} = 0.066 \frac{kN}{cm^2} \quad f_{C.a.\alpha.\beta.d} = 0.12 \frac{kN}{cm^2}$$

$$\tau_{C.M.d} = 0 \frac{kN}{cm^2} \quad f_{C.a.0.0.d} = 0.16 \frac{kN}{cm^2}$$

$$\left(\frac{\tau_{C.F.d}}{f_{C.a.\alpha.\beta.d}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{C.M.d}}{f_{C.a.0.0.d}} \right)^2 = 0.3 < 1$$

Apêndice B

Folha de Cálculo – Modelo 1

Folha de Cálculo - Modelo 1

Esforços solicitantes nas linhas de ruptura

Linha B

$$V_B := -V_B = 1.85 \text{ kN} \quad H_B := -H_B = 4 \text{ kN} \quad M_{B.Ed} := 0.206 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$L_B := 112 \text{ mm} + 2 \cdot 12 \cdot t = 148 \text{ mm}$$

$$\alpha_B := \text{atan} \left(\left| \frac{H_B}{V_B} \right| \right) = 65.18^\circ$$

$$\gamma_B := 90^\circ$$

Linha AB

$$V_{AB} := 2.18 \text{ kN} \quad H_{AB} := -2.25 \text{ kN} \quad M_{AB.Ed} := -0.026 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$L_{AB} := 63 \text{ mm}$$

$$\alpha_{AB} := \text{atan} \left(\left| \frac{H_{AB}}{V_{AB}} \right| \right) = 45.91^\circ$$

$$\gamma_{AB} := 90^\circ$$

Linha CB

$$V_{CB} := -4.03 \text{ kN} \quad H_{CB} := -1.75 \text{ kN} \quad M_{CB.Ed} := 0 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$L_{CB} := 49 \text{ mm}$$

$$\alpha_{CB} := \text{atan} \left(\left| \frac{H_{CB}}{V_{CB}} \right| \right) = 23.47^\circ$$

$$\gamma_{CB} := 90^\circ$$

Linha AC

$$V_{AC} := 0.7 \text{ kN} \quad H_{AC} := 0.49 \text{ kN} \quad M_{AC.Ed} := 0.123 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$L_{AC} := 70 \text{ mm}$$

$$\alpha_{AC} := \text{atan} \left(\left| \frac{H_{AC}}{V_{AC}} \right| \right) = 34.99^\circ$$

$$\gamma_{AC} := 0^\circ$$

Folha de Cálculo - Modelo 1

Verificação da Linha de Ruptura B

$$F_{B.Ed} := \sqrt{V_B^2 + H_B^2} = 4.41 \text{ kN}$$

$$F_{B.M.Ed} := \frac{2 \cdot M_{B.Ed}}{L_B} = 2.78 \text{ kN}$$

$$I := F_{B.Ed} \cdot \cos \langle \alpha_B \rangle + 2 \cdot F_{B.M.Ed} \cdot \sin \langle \gamma_B \rangle = 7.42 \text{ kN}$$

$$II := F_{B.Ed} \cdot \cos \langle \alpha_B \rangle - 2 \cdot F_{B.M.Ed} \cdot \sin \langle \gamma_B \rangle = -3.72 \text{ kN}$$

$$F_{B.x.Ed} := \max(|I|, |II|) = 7.42 \text{ kN}$$

$$I := F_{B.Ed} \cdot \sin \langle \alpha_B \rangle + 2 \cdot F_{B.M.Ed} \cdot \cos \langle \gamma_B \rangle = 4 \text{ kN}$$

$$II := F_{B.Ed} \cdot \sin \langle \alpha_B \rangle - 2 \cdot F_{B.M.Ed} \cdot \cos \langle \gamma_B \rangle = 4 \text{ kN}$$

$$F_{B.y.Ed} := \max(|I|, |II|) = 4 \text{ kN}$$

$$I := |f_{n.0,k} \cdot L_B \cdot \sin \langle \gamma_B - \gamma_0 \cdot \sin \langle 2 \cdot \gamma_B \rangle \rangle| = 47.36 \text{ kN}$$

$$II := |f_{v.0,k} \cdot L_B \cdot \cos \langle \gamma_0 \rangle| = 15.02 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rk} := \max(I, II) = 47.36 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rd} := \frac{F_{x.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{B.x.Rd} := F_{x.Rd} = 36.43 \text{ kN}$$

$$k := \begin{cases} \text{if } F_{B.Ed} > 0 \\ \left| 1 - K_v \cdot \sin \langle 2 \cdot \gamma_B \rangle \right| \\ \text{else} \\ 1 \end{cases} = 1$$

$$I := |f_{n.0,k} \cdot L_B \cdot \cos \langle \gamma_B \rangle| = 0 \text{ kN}$$

$$II := k \cdot f_{v.90,k} \cdot L_B \cdot \sin \langle \gamma_B \rangle = 12.88 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rk} := \max(I, II) = 12.88 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rd} := \frac{F_{y.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{B.y.Rd} := F_{y.Rd} = 9.9 \text{ kN}$$

Folha de Cálculo - Modelo 1

Verificação da Linha de Ruptura A-B

$$F_{AB.Ed} := \sqrt{V_{AB}^2 + H_{AB}^2} = 3.13 \text{ kN}$$

$$F_{AB.M.Ed} := \frac{2 \cdot M_{AB.Ed}}{L_{AB}} = -0.83 \text{ kN}$$

$$I := F_{AB.Ed} \cdot \cos(\alpha_{AB}) + 2 \cdot F_{AB.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{AB}) = 0.53 \text{ kN}$$

$$II := F_{AB.Ed} \cdot \cos(\alpha_{AB}) - 2 \cdot F_{AB.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{AB}) = 3.83 \text{ kN}$$

$$F_{AB.x.Ed} := \max(|I|, |II|) = 3.83 \text{ kN}$$

$$I := F_{AB.Ed} \cdot \sin(\alpha_{AB}) + 2 \cdot F_{AB.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{AB}) = 2.25 \text{ kN}$$

$$II := F_{AB.Ed} \cdot \sin(\alpha_{AB}) - 2 \cdot F_{AB.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{AB}) = 2.25 \text{ kN}$$

$$F_{AB.y.Ed} := \max(|I|, |II|) = 2.25 \text{ kN}$$

$$I := |f_{n.0.k} \cdot L_{AB} \cdot \sin(\gamma_{OB} - \gamma_0 \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{AB}))| = 20.16 \text{ kN}$$

$$II := |f_{v.0.k} \cdot L_{AB} \cdot \cos(\gamma_0)| = 6.4 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rk} := \max(I, II) = 20.16 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rd} := \frac{F_{x.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{AB.x.Rd} := F_{x.Rd} = 15.51 \text{ kN}$$

$$k := \begin{cases} \text{if } F_{AB.Ed} > 0 \\ \left| 1 - K_v \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{AB}) \right| \\ \text{else} \\ 1 \end{cases} = 1$$

$$I := |f_{n.90.k} \cdot L_{AB} \cdot \cos(\gamma_{AB})| = 0 \text{ kN}$$

$$II := k \cdot f_{v.90.k} \cdot L_{AB} \cdot \sin(\gamma_{AB}) = 5.48 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rk} := \max(I, II) = 5.48 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rd} := \frac{F_{y.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{AB.y.Rd} := F_{y.Rd} = 4.22 \text{ kN}$$

Folha de Cálculo - Modelo 1

Verificação da Linha de Ruptura C-B

$$F_{CB.Ed} := \sqrt{V_{CB}^2 + H_{CB}^2} = 4.39 \text{ kN}$$

$$F_{CB.M.Ed} := \frac{2 \cdot M_{CB.Ed}}{L_{CB}} = 0 \text{ kN}$$

$$I := F_{CB.Ed} \cdot \cos(\alpha_{CB}) + 2 \cdot F_{CB.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{CB}) = 4.03 \text{ kN}$$

$$II := F_{CB.Ed} \cdot \cos(\alpha_{CB}) - 2 \cdot F_{CB.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{CB}) = 4.03 \text{ kN}$$

$$F_{CB.x.Ed} := \max(I, II) = 4.03 \text{ kN}$$

$$I := F_{CB.Ed} \cdot \sin(\alpha_{CB}) + 2 \cdot F_{CB.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{CB}) = 1.75 \text{ kN}$$

$$II := F_{CB.Ed} \cdot \sin(\alpha_{CB}) - 2 \cdot F_{CB.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{CB}) = 1.75 \text{ kN}$$

$$F_{CB.y.Ed} := \max(|I|, |II|) = 1.75 \text{ kN}$$

$$I := |f_{n.0.k} \cdot L_{CB} \cdot \sin(\gamma_{CB} - \gamma_0 \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{CB}))| = 15.68 \text{ kN}$$

$$II := |f_{v.0.k} \cdot L_{CB} \cdot \cos(\gamma_0)| = 4.97 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rk} := \max(|I|, |II|) = 15.68 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rd} := \frac{F_{x.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{CB.x.Rd} := F_{x.Rd} = 12.06 \text{ kN}$$

$$k := \begin{cases} \text{if } F_{CB.Ed} > 0 \\ \left| 1 - K_v \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{CB}) \right| \\ \text{else} \\ 1 \end{cases} = 1$$

$$I := |f_{n.90.k} \cdot L_{CB} \cdot \cos(\gamma_{CB})| = 0 \text{ kN}$$

$$II := k \cdot f_{v.90.k} \cdot L_{CB} \cdot \sin(\gamma_{CB}) = 4.26 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rk} := \max(I, II) = 4.26 \text{ kN} \quad kN$$

$$F_{y.Rd} := \frac{F_{y.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{CB.y.Rd} := F_{y.Rd} = 3.28 \text{ kN}$$

Folha de Cálculo - Modelo 1

Verificação da Linha de Ruptura A-C

$$F_{AC.Ed} := \sqrt{V_{AC}^2 + H_{AC}^2} = 0.85 \text{ kN}$$

$$F_{AC.M.Ed} := \frac{2 \cdot M_{AC.Ed}}{L_{AC}} = 3.51 \text{ kN}$$

$$I := F_{AC.Ed} \cdot \cos(\alpha_{AC}) + 2 \cdot F_{AC.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{AC}) = 0.7 \text{ kN}$$

$$II := F_{AC.Ed} \cdot \cos(\alpha_{AC}) - 2 \cdot F_{AC.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{AC}) = 0.7 \text{ kN}$$

$$F_{AC.x.Ed} := \max(|I|, |II|) = 0.7 \text{ kN}$$

$$I := F_{AC.Ed} \cdot \sin(\alpha_{AC}) + 2 \cdot F_{AC.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{AC}) = 7.52 \text{ kN}$$

$$II := F_{AC.Ed} \cdot \sin(\alpha_{AC}) - 2 \cdot F_{AC.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{AC}) = -6.54 \text{ kN}$$

$$F_{AC.y.Ed} := \max(|I|, |II|) = 7.52 \text{ kN}$$

$$I := |f_{n.0.k} \cdot L_{AC} \cdot \sin(\gamma_{AC} - \gamma_0 \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{AC}))| = 0 \text{ kN}$$

$$II := |f_{v.0.k} \cdot L_{AC} \cdot \cos(\gamma_0)| = 7.11 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rk} := \max(I, II) = 7.11 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rd} := \frac{F_{x.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{AC.x.Rd} := F_{x.Rd} = 5.47 \text{ kN}$$

$$k := \begin{cases} \text{if } F_{AC.Ed} > 0 \\ \left| 1 - K_v \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{AC}) \right| \\ \text{else} \\ 1 \end{cases} = 1$$

$$I := |f_{n.90.k} \cdot L_{AC} \cdot \cos(\gamma_{AC})| = 14 \text{ kN}$$

$$II := k \cdot f_{v.90.k} \cdot L_{AC} \cdot \sin(\gamma_{AC}) = 0 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rk} := \max(I, II) = 14 \text{ kN} \quad \text{kN}$$

$$F_{y.Rd} := \frac{F_{y.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{AC.y.Rd} := F_{y.Rd} = 10.77 \text{ kN}$$

Folha de Cálculo - Modelo 1

VERIFICAÇÃO DE RESISTÊNCIA DA CHAPA

Linha B

$$\begin{aligned} F_{B.x.Ed} &= 7.42 \text{ kN} & F_{B.y.Ed} &= 4 \text{ kN} \\ F_{B.x.Rd} &= 36.43 \text{ kN} & F_{B.y.Rd} &= 9.9 \text{ kN} \\ \left(\frac{F_{B.x.Ed}}{F_{B.x.Rd}} \right)^2 + \left(\frac{F_{B.y.Ed}}{F_{B.y.Rd}} \right)^2 &= 0.2 \end{aligned}$$

Linha AB

$$\begin{aligned} F_{AB.x.Ed} &= 3.83 \text{ kN} & F_{AB.y.Ed} &= 2.25 \text{ kN} \\ F_{AB.x.Rd} &= 15.51 \text{ kN} & F_{AB.y.Rd} &= 4.22 \text{ kN} \\ \left(\frac{F_{AB.x.Ed}}{F_{AB.x.Rd}} \right)^2 + \left(\frac{F_{AB.y.Ed}}{F_{AB.y.Rd}} \right)^2 &= 0.35 \end{aligned}$$

Linha CB

$$\begin{aligned} F_{CB.x.Ed} &= 4.03 \text{ kN} & F_{CB.y.Ed} &= 1.75 \text{ kN} \\ F_{CB.x.Rd} &= 12.06 \text{ kN} & F_{CB.y.Rd} &= 3.28 \text{ kN} \\ \left(\frac{F_{CB.x.Ed}}{F_{CB.x.Rd}} \right)^2 + \left(\frac{F_{CB.y.Ed}}{F_{CB.y.Rd}} \right)^2 &= 0.4 \end{aligned}$$

Linha AC

$$\begin{aligned} F_{AC.x.Ed} &= 0.7 \text{ kN} & F_{AC.y.Ed} &= 7.52 \text{ kN} \\ F_{AC.x.Rd} &= 5.47 \text{ kN} & F_{AC.y.Rd} &= 10.77 \text{ kN} \\ \left(\frac{F_{AC.x.Ed}}{F_{AC.x.Rd}} \right)^2 + \left(\frac{F_{AC.y.Ed}}{F_{AC.y.Rd}} \right)^2 &= 0.5 \end{aligned}$$

Apêndice C

Folha de Cálculo – Modelo 2

Folha de Cálculo - Modelo 2

Esforços solicitantes nas linhas de ruptura

Linha B

$$V_B := -V_B = 1.85 \text{ kN} \quad H_B := -H_B = 4 \text{ kN} \quad M_{B.Ed} := 0.206 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$L_B := 112 \text{ mm} + 2 \cdot 12 \cdot t = 148 \text{ mm}$$

$$\alpha_B := \text{atan} \left(\left| \frac{H_B}{V_B} \right| \right) = 65.18^\circ$$

$$\gamma_B := 90^\circ$$

Linha AB

$$V_{AB} := -1.04 \text{ kN} \quad H_{AB} := -2.24 \text{ kN} \quad M_{AB.Ed} := -0.120 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$L_{AB} := 63 \text{ mm}$$

$$\alpha_{AB} := \text{atan} \left(\left| \frac{H_{AB}}{V_{AB}} \right| \right) = 65.1^\circ$$

$$\gamma_{AB} := 90^\circ$$

Linha CB

$$V_{CB} := -0.81 \text{ kN} \quad H_{CB} := -1.76 \text{ kN} \quad M_{CB.Ed} := -0.09 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$L_{CB} := 49 \text{ mm}$$

$$\alpha_{CB} := \text{atan} \left(\left| \frac{H_{CB}}{V_{CB}} \right| \right) = 65.29^\circ$$

$$\gamma_{CB} := 90^\circ$$

Linha AC

$$V_{AC} := 0.04 \text{ kN} \quad H_{AC} := 0.015 \text{ kN} \quad M_{AC.Ed} := 0.11 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$L_{AC} := 70 \text{ mm}$$

$$\alpha_{AC} := \text{atan} \left(\left| \frac{H_{AC}}{V_{AC}} \right| \right) = 20.56^\circ$$

$$\gamma_{AC} := 0^\circ$$

Folha de Cálculo - Modelo 2

Verificação da Linha de Ruptura B

$$F_{B.Ed} := \sqrt{V_B^2 + H_B^2} = 4.41 \text{ kN}$$

$$F_{B.M.Ed} := \frac{2 \cdot M_{B.Ed}}{L_B} = 2.78 \text{ kN}$$

$$I := F_{B.Ed} \cdot \cos(\alpha_B) + 2 \cdot F_{B.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_B) = 7.42 \text{ kN}$$

$$II := F_{B.Ed} \cdot \cos(\alpha_B) - 2 \cdot F_{B.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_B) = -3.72 \text{ kN}$$

$$F_{B.x.Ed} := \max(|I|, |II|) = 7.42 \text{ kN}$$

$$I := F_{B.Ed} \cdot \sin(\alpha_B) + 2 \cdot F_{B.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_B) = 4 \text{ kN}$$

$$II := F_{B.Ed} \cdot \sin(\alpha_B) - 2 \cdot F_{B.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_B) = 4 \text{ kN}$$

$$F_{B.y.Ed} := \max(|I|, |II|) = 4 \text{ kN}$$

$$I := |f_{n.0.k} \cdot L_B \cdot \sin(\gamma_B - \gamma_0 \cdot \sin(2 \cdot \gamma_B))| = 47.36 \text{ kN}$$

$$II := |f_{v.0.k} \cdot L_B \cdot \cos(\gamma_0)| = 15.02 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rk} := \max(I, II) = 47.36 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rd} := \frac{F_{x.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{B.x.Rd} := F_{x.Rd} = 36.43 \text{ kN}$$

$$k := \begin{cases} \text{if } F_{B.Ed} > 0 \\ \left| 1 - K_v \cdot \sin(2 \cdot \gamma_B) \right| \\ \text{else} \\ 1 \end{cases} = 1$$

$$I := |f_{n.0.k} \cdot L_B \cdot \cos(\gamma_B)| = 0 \text{ kN}$$

$$II := k \cdot f_{v.90.k} \cdot L_B \cdot \sin(\gamma_B) = 12.88 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rk} := \max(I, II) = 12.88 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rd} := \frac{F_{y.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{B.y.Rd} := F_{y.Rd} = 9.9 \text{ kN}$$

Folha de Cálculo - Modelo 2

Verificação da Linha de Ruptura A-B

$$F_{AB.Ed} := \sqrt{V_{AB}^2 + H_{AB}^2} = 2.47 \text{ kN}$$

$$F_{AB.M.Ed} := \frac{2 \cdot M_{AB.Ed}}{L_{AB}} = -3.81 \text{ kN}$$

$$I := F_{AB.Ed} \cdot \cos(\alpha_{AB}) + 2 \cdot F_{AB.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{AB}) = -6.58 \text{ kN}$$

$$II := F_{AB.Ed} \cdot \cos(\alpha_{AB}) - 2 \cdot F_{AB.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{AB}) = 8.66 \text{ kN}$$

$$F_{AB.x.Ed} := \max(|I|, |II|) = 8.66 \text{ kN}$$

$$I := F_{AB.Ed} \cdot \sin(\alpha_{AB}) + 2 \cdot F_{AB.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{AB}) = 2.24 \text{ kN}$$

$$II := F_{AB.Ed} \cdot \sin(\alpha_{AB}) - 2 \cdot F_{AB.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{AB}) = 2.24 \text{ kN}$$

$$F_{AB.y.Ed} := \max(|I|, |II|) = 2.24 \text{ kN}$$

$$I := |f_{n.0.k} \cdot L_{AB} \cdot \sin(\gamma_{CB} - \gamma_0 \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{AB}))| = 20.16 \text{ kN}$$

$$II := |f_{v.0.k} \cdot L_{AB} \cdot \cos(\gamma_0)| = 6.4 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rk} := \max(I, II) = 20.16 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rd} := \frac{F_{x.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{AB.x.Rd} := F_{x.Rd} = 15.51 \text{ kN}$$

$$k := \begin{cases} \text{if } F_{AB.Ed} > 0 \\ \left| 1 - K_v \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{AB}) \right| \\ \text{else} \\ 1 \end{cases} = 1$$

$$I := |f_{n.90.k} \cdot L_{AB} \cdot \cos(\gamma_{AB})| = 0 \text{ kN}$$

$$II := k \cdot f_{v.90.k} \cdot L_{AB} \cdot \sin(\gamma_{AB}) = 5.48 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rk} := \max(I, II) = 5.48 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rd} := \frac{F_{y.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{AB.y.Rd} := F_{y.Rd} = 4.22 \text{ kN}$$

Folha de Cálculo - Modelo 2

Verificação da Linha de Ruptura C-B

$$F_{CB.Ed} := \sqrt{V_{CB}^2 + H_{CB}^2} = 1.94 \text{ kN}$$

$$F_{CB.M.Ed} := \frac{2 \cdot M_{CB.Ed}}{L_{CB}} = -3.67 \text{ kN}$$

$$I := F_{CB.Ed} \cdot \cos(\alpha_{CB}) + 2 \cdot F_{CB.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{CB}) = -6.54 \text{ kN}$$

$$II := F_{CB.Ed} \cdot \cos(\alpha_{CB}) - 2 \cdot F_{CB.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{CB}) = 8.16 \text{ kN}$$

$$F_{CB.x.Ed} := \max(I, II) = 8.16 \text{ kN}$$

$$I := F_{CB.Ed} \cdot \sin(\alpha_{CB}) + 2 \cdot F_{CB.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{CB}) = 1.76 \text{ kN}$$

$$II := F_{CB.Ed} \cdot \sin(\alpha_{CB}) - 2 \cdot F_{CB.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{CB}) = 1.76 \text{ kN}$$

$$F_{CB.y.Ed} := \max(|I|, |II|) = 1.76 \text{ kN}$$

$$I := |f_{n.0.k} \cdot L_{CB} \cdot \sin(\gamma_{CB} - \gamma_0 \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{CB}))| = 15.68 \text{ kN}$$

$$II := |f_{v.0.k} \cdot L_{CB} \cdot \cos(\gamma_0)| = 4.97 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rk} := \max(|I|, |II|) = 15.68 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rd} := \frac{F_{x.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{CB.x.Rd} := F_{x.Rd} = 12.06 \text{ kN}$$

$$k := \begin{cases} \text{if } F_{CB.Ed} > 0 \\ \left\| 1 - K_v \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{CB}) \right\| \\ \text{else} \\ \left\| 1 \right\| \end{cases} = 1$$

$$I := |f_{n.90.k} \cdot L_{CB} \cdot \cos(\gamma_{CB})| = 0 \text{ kN}$$

$$II := k \cdot f_{v.90.k} \cdot L_{CB} \cdot \sin(\gamma_{CB}) = 4.26 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rk} := \max(I, II) = 4.26 \text{ kN} \quad kN$$

$$F_{y.Rd} := \frac{F_{y.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{CB.y.Rd} := F_{y.Rd} = 3.28 \text{ kN}$$

Folha de Cálculo - Modelo 2

Verificação da Linha de Ruptura A-C

$$F_{AC.Ed} := \sqrt{V_{AC}^2 + H_{AC}^2} = 0.04 \text{ kN}$$

$$F_{AC.M.Ed} := \frac{2 \cdot M_{AC.Ed}}{L_{AC}} = 3.14 \text{ kN}$$

$$I := F_{AC.Ed} \cdot \cos(\alpha_{AC}) + 2 \cdot F_{AC.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{AC}) = 0.04 \text{ kN}$$

$$II := F_{AC.Ed} \cdot \cos(\alpha_{AC}) - 2 \cdot F_{AC.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{AC}) = 0.04 \text{ kN}$$

$$F_{AC.x.Ed} := \max(|I|, |II|) = 0.04 \text{ kN}$$

$$I := F_{AC.Ed} \cdot \sin(\alpha_{AC}) + 2 \cdot F_{AC.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{AC}) = 6.3 \text{ kN}$$

$$II := F_{AC.Ed} \cdot \sin(\alpha_{AC}) - 2 \cdot F_{AC.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{AC}) = -6.27 \text{ kN}$$

$$F_{AC.y.Ed} := \max(|I|, |II|) = 6.3 \text{ kN}$$

$$I := |f_{n.0.k} \cdot L_{AC} \cdot \sin(\gamma_{AC} - \gamma_0 \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{AC}))| = 0 \text{ kN}$$

$$II := |f_{v.0.k} \cdot L_{AC} \cdot \cos(\gamma_0)| = 7.11 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rk} := \max(I, II) = 7.11 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rd} := \frac{F_{x.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{AC.x.Rd} := F_{x.Rd} = 5.47 \text{ kN}$$

$$k := \begin{cases} \text{if } F_{AC.Ed} > 0 \\ \left\| 1 - K_v \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{AC}) \right\| \\ \text{else} \\ \left\| 1 \right\| \end{cases} = 1$$

$$I := |f_{n.90.k} \cdot L_{AC} \cdot \cos(\gamma_{AC})| = 14 \text{ kN}$$

$$II := k \cdot f_{v.90.k} \cdot L_{AC} \cdot \sin(\gamma_{AC}) = 0 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rk} := \max(I, II) = 14 \text{ kN} \quad kN$$

$$F_{y.Rd} := \frac{F_{y.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{AC.y.Rd} := F_{y.Rd} = 10.77 \text{ kN}$$

Folha de Cálculo - Modelo 2

VERIFICAÇÃO DE RESISTÊNCIA DA CHAPA

Linha B

$$\begin{aligned} F_{B.x.Ed} &= 7.42 \text{ kN} & F_{B.y.Ed} &= 4 \text{ kN} \\ F_{B.x.Rd} &= 36.43 \text{ kN} & F_{B.y.Rd} &= 9.9 \text{ kN} \\ \left(\frac{F_{B.x.Ed}}{F_{B.x.Rd}} \right)^2 + \left(\frac{F_{B.y.Ed}}{F_{B.y.Rd}} \right)^2 &= 0.2 \end{aligned}$$

Linha AB

$$\begin{aligned} F_{AB.x.Ed} &= 8.66 \text{ kN} & F_{AB.y.Ed} &= 2.24 \text{ kN} \\ F_{AB.x.Rd} &= 15.51 \text{ kN} & F_{AB.y.Rd} &= 4.22 \text{ kN} \\ \left(\frac{F_{AB.x.Ed}}{F_{AB.x.Rd}} \right)^2 + \left(\frac{F_{AB.y.Ed}}{F_{AB.y.Rd}} \right)^2 &= 0.59 \end{aligned}$$

Linha CB

$$\begin{aligned} F_{CB.x.Ed} &= 8.16 \text{ kN} & F_{CB.y.Ed} &= 1.76 \text{ kN} \\ F_{CB.x.Rd} &= 12.06 \text{ kN} & F_{CB.y.Rd} &= 3.28 \text{ kN} \\ \left(\frac{F_{CB.x.Ed}}{F_{CB.x.Rd}} \right)^2 + \left(\frac{F_{CB.y.Ed}}{F_{CB.y.Rd}} \right)^2 &= 0.75 \end{aligned}$$

Linha AC

$$\begin{aligned} F_{AC.x.Ed} &= 0.04 \text{ kN} & F_{AC.y.Ed} &= 6.3 \text{ kN} \\ F_{AC.x.Rd} &= 5.47 \text{ kN} & F_{AC.y.Rd} &= 10.77 \text{ kN} \\ \left(\frac{F_{AC.x.Ed}}{F_{AC.x.Rd}} \right)^2 + \left(\frac{F_{AC.y.Ed}}{F_{AC.y.Rd}} \right)^2 &= 0.34 \end{aligned}$$

Apêndice D

Folha de Cálculo – Modelo 3

Esforços solicitantes nas linhas de ruptura

Linha B

$$V_B := -V_B = 1.85 \text{ kN} \quad H_B := -H_B = 4 \text{ kN} \quad M_{B.Ed} := 0.206 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$L_B := 112 \text{ mm} + 2 \cdot 12 \cdot t = 148 \text{ mm}$$

$$\alpha_B := \text{atan} \left(\left| \frac{H_B}{V_B} \right| \right) = 65.18^\circ$$

$$\gamma_B := 90^\circ$$

Linha AB

$$V_{AB} := 0.711 \text{ kN} \quad H_{AB} := -0.867 \text{ kN} \quad M_{AB.Ed} := 0 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$L_{AB} := 63 \text{ mm}$$

$$\alpha_{AB} := \text{atan} \left(\left| \frac{H_{AB}}{V_{AB}} \right| \right) = 50.65^\circ$$

$$\gamma_{AB} := 90^\circ$$

Linha CB

$$V_{CB} := -1.532 \text{ kN} \quad H_{CB} := -2.505 \text{ kN} \quad M_{CB.Ed} := 0 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$L_{CB} := 49 \text{ mm}$$

$$\alpha_{CB} := \text{atan} \left(\left| \frac{H_{CB}}{V_{CB}} \right| \right) = 58.55^\circ$$

$$\gamma_{CB} := 90^\circ$$

Linha AC

$$V_{AC} := 0.474 \text{ kN} \quad H_{AC} := 0.278 \text{ kN} \quad M_{AC.Ed} := 0.004 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$L_{AC} := 70 \text{ mm}$$

$$\alpha_{AC} := \text{atan} \left(\left| \frac{H_{AC}}{V_{AC}} \right| \right) = 30.39^\circ$$

$$\gamma_{AC} := 0^\circ$$

Folha de Cálculo - Modelo 3

Verificação da Linha de Ruptura B

$$F_{B.Ed} := \sqrt{V_B^2 + H_B^2} = 4.41 \text{ kN}$$

$$F_{B.M.Ed} := \frac{2 \cdot M_{B.Ed}}{L_B} = 2.78 \text{ kN}$$

$$I := F_{B.Ed} \cdot \cos(\alpha_B) + 2 \cdot F_{B.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_B) = 7.42 \text{ kN}$$

$$II := F_{B.Ed} \cdot \cos(\alpha_B) - 2 \cdot F_{B.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_B) = -3.72 \text{ kN}$$

$$F_{B.x.Ed} := \max(|I|, |II|) = 7.42 \text{ kN}$$

$$I := F_{B.Ed} \cdot \sin(\alpha_B) + 2 \cdot F_{B.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_B) = 4 \text{ kN}$$

$$II := F_{B.Ed} \cdot \sin(\alpha_B) - 2 \cdot F_{B.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_B) = 4 \text{ kN}$$

$$F_{B.y.Ed} := \max(|I|, |II|) = 4 \text{ kN}$$

$$I := |f_{n.0.k} \cdot L_B \cdot \sin(\gamma_B - \gamma_0 \cdot \sin(2 \cdot \gamma_B))| = 47.36 \text{ kN}$$

$$II := |f_{v.0.k} \cdot L_B \cdot \cos(\gamma_0)| = 15.02 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rk} := \max(I, II) = 47.36 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rd} := \frac{F_{x.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{B.x.Rd} := F_{x.Rd} = 36.43 \text{ kN}$$

$$k := \begin{cases} \text{if } F_{B.Ed} > 0 \\ \left| 1 - K_v \cdot \sin(2 \cdot \gamma_B) \right| \\ \text{else} \\ 1 \end{cases} = 1$$

$$I := |f_{n.0.k} \cdot L_B \cdot \cos(\gamma_B)| = 0 \text{ kN}$$

$$II := k \cdot f_{v.90.k} \cdot L_B \cdot \sin(\gamma_B) = 12.88 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rk} := \max(I, II) = 12.88 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rd} := \frac{F_{y.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{B.y.Rd} := F_{y.Rd} = 9.9 \text{ kN}$$

Folha de Cálculo - Modelo 3

Verificação da Linha de Ruptura A-B

$$F_{AB.Ed} := \sqrt{V_{AB}^2 + H_{AB}^2} = 1.12 \text{ kN}$$

$$F_{AB.M.Ed} := \frac{2 \cdot M_{AB.Ed}}{L_{AB}} = 0 \text{ kN}$$

$$I := F_{AB.Ed} \cdot \cos(\alpha_{AB}) + 2 \cdot F_{AB.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{AB}) = 0.71 \text{ kN}$$

$$II := F_{AB.Ed} \cdot \cos(\alpha_{AB}) - 2 \cdot F_{AB.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{AB}) = 0.71 \text{ kN}$$

$$F_{AB.x.Ed} := \max(|I|, |II|) = 0.71 \text{ kN}$$

$$I := F_{AB.Ed} \cdot \sin(\alpha_{AB}) + 2 \cdot F_{AB.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{AB}) = 0.87 \text{ kN}$$

$$II := F_{AB.Ed} \cdot \sin(\alpha_{AB}) - 2 \cdot F_{AB.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{AB}) = 0.87 \text{ kN}$$

$$F_{AB.y.Ed} := \max(|I|, |II|) = 0.87 \text{ kN}$$

$$I := |f_{n.0.k} \cdot L_{AB} \cdot \sin(\gamma_{CB} - \gamma_0 \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{AB}))| = 20.16 \text{ kN}$$

$$II := |f_{v.0.k} \cdot L_{AB} \cdot \cos(\gamma_0)| = 6.4 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rk} := \max(I, II) = 20.16 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rd} := \frac{F_{x.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{AB.x.Rd} := F_{x.Rd} = 15.51 \text{ kN}$$

$$k := \begin{cases} \text{if } F_{AB.Ed} > 0 \\ \left| 1 - K_v \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{AB}) \right| \\ \text{else} \\ 1 \end{cases} = 1$$

$$I := |f_{n.90.k} \cdot L_{AB} \cdot \cos(\gamma_{AB})| = 0 \text{ kN}$$

$$II := k \cdot f_{v.90.k} \cdot L_{AB} \cdot \sin(\gamma_{AB}) = 5.48 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rk} := \max(I, II) = 5.48 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rd} := \frac{F_{y.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{AB.y.Rd} := F_{y.Rd} = 4.22 \text{ kN}$$

Folha de Cálculo - Modelo 3

Verificação da Linha de Ruptura C-B

$$F_{CB.Ed} := \sqrt{V_{CB}^2 + H_{CB}^2} = 2.94 \text{ kN}$$

$$F_{CB.M.Ed} := \frac{2 \cdot M_{CB.Ed}}{L_{CB}} = 0 \text{ kN}$$

$$I := F_{CB.Ed} \cdot \cos(\alpha_{CB}) + 2 \cdot F_{CB.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{CB}) = 1.53 \text{ kN}$$

$$II := F_{CB.Ed} \cdot \cos(\alpha_{CB}) - 2 \cdot F_{CB.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{CB}) = 1.53 \text{ kN}$$

$$F_{CB.x.Ed} := \max(I, II) = 1.53 \text{ kN}$$

$$I := F_{CB.Ed} \cdot \sin(\alpha_{CB}) + 2 \cdot F_{CB.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{CB}) = 2.51 \text{ kN}$$

$$II := F_{CB.Ed} \cdot \sin(\alpha_{CB}) - 2 \cdot F_{CB.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{CB}) = 2.51 \text{ kN}$$

$$F_{CB.y.Ed} := \max(|I|, |II|) = 2.51 \text{ kN}$$

$$I := |f_{n.0.k} \cdot L_{CB} \cdot \sin(\gamma_{CB} - \gamma_0 \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{CB}))| = 15.68 \text{ kN}$$

$$II := |f_{v.0.k} \cdot L_{CB} \cdot \cos(\gamma_0)| = 4.97 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rk} := \max(|I|, |II|) = 15.68 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rd} := \frac{F_{x.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{CB.x.Rd} := F_{x.Rd} = 12.06 \text{ kN}$$

$$k := \begin{cases} \text{if } F_{CB.Ed} > 0 \\ \left| 1 - K_v \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{CB}) \right| \\ \text{else} \\ 1 \end{cases} = 1$$

$$I := |f_{n.90.k} \cdot L_{CB} \cdot \cos(\gamma_{CB})| = 0 \text{ kN}$$

$$II := k \cdot f_{v.90.k} \cdot L_{CB} \cdot \sin(\gamma_{CB}) = 4.26 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rk} := \max(I, II) = 4.26 \text{ kN} \quad kN$$

$$F_{y.Rd} := \frac{F_{y.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{CB.y.Rd} := F_{y.Rd} = 3.28 \text{ kN}$$

Folha de Cálculo - Modelo 3

Verificação da Linha de Ruptura A-C

$$F_{AC.Ed} := \sqrt{V_{AC}^2 + H_{AC}^2} = 0.55 \text{ kN}$$

$$F_{AC.M.Ed} := \frac{2 \cdot M_{AC.Ed}}{L_{AC}} = 0.11 \text{ kN}$$

$$I := F_{AC.Ed} \cdot \cos(\alpha_{AC}) + 2 \cdot F_{AC.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{AC}) = 0.47 \text{ kN}$$

$$II := F_{AC.Ed} \cdot \cos(\alpha_{AC}) - 2 \cdot F_{AC.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{AC}) = 0.47 \text{ kN}$$

$$F_{AC.x.Ed} := \max(|I|, |II|) = 0.47 \text{ kN}$$

$$I := F_{AC.Ed} \cdot \sin(\alpha_{AC}) + 2 \cdot F_{AC.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{AC}) = 0.51 \text{ kN}$$

$$II := F_{AC.Ed} \cdot \sin(\alpha_{AC}) - 2 \cdot F_{AC.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{AC}) = 0.05 \text{ kN}$$

$$F_{AC.y.Ed} := \max(|I|, |II|) = 0.51 \text{ kN}$$

$$I := |f_{n.0.k} \cdot L_{AC} \cdot \sin(\gamma_{AC} - \gamma_0 \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{AC}))| = 0 \text{ kN}$$

$$II := |f_{v.0.k} \cdot L_{AC} \cdot \cos(\gamma_0)| = 7.11 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rk} := \max(I, II) = 7.11 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rd} := \frac{F_{x.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{AC.x.Rd} := F_{x.Rd} = 5.47 \text{ kN}$$

$$k := \begin{cases} \text{if } F_{AC.Ed} > 0 \\ \left\| 1 - K_v \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{AC}) \right\| \\ \text{else} \\ \left\| 1 \right\| \end{cases} = 1$$

$$I := |f_{n.90.k} \cdot L_{AC} \cdot \cos(\gamma_{AC})| = 14 \text{ kN}$$

$$II := k \cdot f_{v.90.k} \cdot L_{AC} \cdot \sin(\gamma_{AC}) = 0 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rk} := \max(I, II) = 14 \text{ kN} \quad kN$$

$$F_{y.Rd} := \frac{F_{y.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{AC.y.Rd} := F_{y.Rd} = 10.77 \text{ kN}$$

Folha de Cálculo - Modelo 3

VERIFICAÇÃO DE RESISTÊNCIA DA CHAPA

Linha B

$$\begin{aligned} F_{B.x.Ed} &= 7.42 \text{ kN} & F_{B.y.Ed} &= 4 \text{ kN} \\ F_{B.x.Rd} &= 36.43 \text{ kN} & F_{B.y.Rd} &= 9.9 \text{ kN} \\ \left(\frac{F_{B.x.Ed}}{F_{B.x.Rd}} \right)^2 + \left(\frac{F_{B.y.Ed}}{F_{B.y.Rd}} \right)^2 &= 0.2 \end{aligned}$$

Linha AB

$$\begin{aligned} F_{AB.x.Ed} &= 0.71 \text{ kN} & F_{AB.y.Ed} &= 0.87 \text{ kN} \\ F_{AB.x.Rd} &= 15.51 \text{ kN} & F_{AB.y.Rd} &= 4.22 \text{ kN} \\ \left(\frac{F_{AB.x.Ed}}{F_{AB.x.Rd}} \right)^2 + \left(\frac{F_{AB.y.Ed}}{F_{AB.y.Rd}} \right)^2 &= 0.04 \end{aligned}$$

Linha CB

$$\begin{aligned} F_{CB.x.Ed} &= 1.53 \text{ kN} & F_{CB.y.Ed} &= 2.51 \text{ kN} \\ F_{CB.x.Rd} &= 12.06 \text{ kN} & F_{CB.y.Rd} &= 3.28 \text{ kN} \\ \left(\frac{F_{CB.x.Ed}}{F_{CB.x.Rd}} \right)^2 + \left(\frac{F_{CB.y.Ed}}{F_{CB.y.Rd}} \right)^2 &= 0.6 \end{aligned}$$

Linha AC

$$\begin{aligned} F_{AC.x.Ed} &= 0.47 \text{ kN} & F_{AC.y.Ed} &= 0.51 \text{ kN} \\ F_{AC.x.Rd} &= 5.47 \text{ kN} & F_{AC.y.Rd} &= 10.77 \text{ kN} \\ \left(\frac{F_{AC.x.Ed}}{F_{AC.x.Rd}} \right)^2 + \left(\frac{F_{AC.y.Ed}}{F_{AC.y.Rd}} \right)^2 &= 0.01 \end{aligned}$$

Apêndice E

Folha de Cálculo – Simulação 1

Esforços solicitantes nas linhas de ruptura

Linha B

$$V_B := -V_B = 1.85 \text{ kN} \quad H_B := -H_B = 4 \text{ kN} \quad M_{B.Ed} := 0.206 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$L_B := 112 \text{ mm} + 2 \cdot 12 \cdot t = 148 \text{ mm}$$

$$\alpha_B := \text{atan} \left(\left| \frac{H_B}{V_B} \right| \right) = 65.18^\circ$$

$$\gamma_B := 90^\circ$$

Linha AB

$$V_{AB} := 0.750 \text{ kN} \quad H_{AB} := -0.869 \text{ kN} \quad M_{AB.Ed} := 0.001 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$L_{AB} := 63 \text{ mm}$$

$$\alpha_{AB} := \text{atan} \left(\left| \frac{H_{AB}}{V_{AB}} \right| \right) = 49.2^\circ$$

$$\gamma_{AB} := 90^\circ$$

Linha CB

$$V_{CB} := -1.117 \text{ kN} \quad H_{CB} := -1.662 \text{ kN} \quad M_{CB.Ed} := 0.001 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$L_{CB} := 49 \text{ mm}$$

$$\alpha_{CB} := \text{atan} \left(\left| \frac{H_{CB}}{V_{CB}} \right| \right) = 56.1^\circ$$

$$\gamma_{CB} := 90^\circ$$

Linha AC

$$V_{AC} := -0.196 \text{ kN} \quad H_{AC} := -1.33 \text{ kN} \quad M_{AC.Ed} := 0.0015 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$L_{AC} := 70 \text{ mm}$$

$$\alpha_{AC} := \text{atan} \left(\left| \frac{H_{AC}}{V_{AC}} \right| \right) = 81.62^\circ$$

$$\gamma_{AC} := 0^\circ$$

Folha de Cálculo - Simulação 1

Verificação da Linha de Ruptura B

$$F_{B.Ed} := \sqrt{V_B^2 + H_B^2} = 4.41 \text{ kN}$$

$$F_{B.M.Ed} := \frac{2 \cdot M_{B.Ed}}{L_B} = 2.78 \text{ kN}$$

$$I := F_{B.Ed} \cdot \cos(\alpha_B) + 2 \cdot F_{B.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_B) = 7.42 \text{ kN}$$

$$II := F_{B.Ed} \cdot \cos(\alpha_B) - 2 \cdot F_{B.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_B) = -3.72 \text{ kN}$$

$$F_{B.x.Ed} := \max(|I|, |II|) = 7.42 \text{ kN}$$

$$I := F_{B.Ed} \cdot \sin(\alpha_B) + 2 \cdot F_{B.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_B) = 4 \text{ kN}$$

$$II := F_{B.Ed} \cdot \sin(\alpha_B) - 2 \cdot F_{B.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_B) = 4 \text{ kN}$$

$$F_{B.y.Ed} := \max(|I|, |II|) = 4 \text{ kN}$$

$$I := |f_{n.0.k} \cdot L_B \cdot \sin(\gamma_B - \gamma_0 \cdot \sin(2 \cdot \gamma_B))| = 47.36 \text{ kN}$$

$$II := |f_{v.0.k} \cdot L_B \cdot \cos(\gamma_0)| = 15.02 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rk} := \max(I, II) = 47.36 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rd} := \frac{F_{x.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{B.x.Rd} := F_{x.Rd} = 36.43 \text{ kN}$$

$$k := \begin{cases} \text{if } F_{B.Ed} > 0 \\ \left| 1 - K_v \cdot \sin(2 \cdot \gamma_B) \right| \\ \text{else} \\ 1 \end{cases} = 1$$

$$I := |f_{n.0.k} \cdot L_B \cdot \cos(\gamma_B)| = 0 \text{ kN}$$

$$II := k \cdot f_{v.90.k} \cdot L_B \cdot \sin(\gamma_B) = 12.88 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rk} := \max(I, II) = 12.88 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rd} := \frac{F_{y.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{B.y.Rd} := F_{y.Rd} = 9.9 \text{ kN}$$

Folha de Cálculo - Simulação 1

Verificação da Linha de Ruptura A-B

$$F_{AB.Ed} := \sqrt{V_{AB}^2 + H_{AB}^2} = 1.15 \text{ kN}$$

$$F_{AB.M.Ed} := \frac{2 \cdot M_{AB.Ed}}{L_{AB}} = 0.03 \text{ kN}$$

$$I := F_{AB.Ed} \cdot \cos(\alpha_{AB}) + 2 \cdot F_{AB.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{AB}) = 0.81 \text{ kN}$$

$$II := F_{AB.Ed} \cdot \cos(\alpha_{AB}) - 2 \cdot F_{AB.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{AB}) = 0.69 \text{ kN}$$

$$F_{AB.x.Ed} := \max(|I|, |II|) = 0.81 \text{ kN}$$

$$I := F_{AB.Ed} \cdot \sin(\alpha_{AB}) + 2 \cdot F_{AB.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{AB}) = 0.87 \text{ kN}$$

$$II := F_{AB.Ed} \cdot \sin(\alpha_{AB}) - 2 \cdot F_{AB.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{AB}) = 0.87 \text{ kN}$$

$$F_{AB.y.Ed} := \max(|I|, |II|) = 0.87 \text{ kN}$$

$$I := |f_{n.0.k} \cdot L_{AB} \cdot \sin(\gamma_{CB} - \gamma_0 \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{AB}))| = 20.16 \text{ kN}$$

$$II := |f_{v.0.k} \cdot L_{AB} \cdot \cos(\gamma_0)| = 6.4 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rk} := \max(I, II) = 20.16 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rd} := \frac{F_{x.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{AB.x.Rd} := F_{x.Rd} = 15.51 \text{ kN}$$

$$k := \begin{cases} \text{if } F_{AB.Ed} > 0 \\ \left| 1 - K_v \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{AB}) \right| \\ \text{else} \\ 1 \end{cases} = 1$$

$$I := |f_{n.90.k} \cdot L_{AB} \cdot \cos(\gamma_{AB})| = 0 \text{ kN}$$

$$II := k \cdot f_{v.90.k} \cdot L_{AB} \cdot \sin(\gamma_{AB}) = 5.48 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rk} := \max(I, II) = 5.48 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rd} := \frac{F_{y.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{AB.y.Rd} := F_{y.Rd} = 4.22 \text{ kN}$$

Folha de Cálculo - Simulação 1

Verificação da Linha de Ruptura C-B

$$F_{CB.Ed} := \sqrt{V_{CB}^2 + H_{CB}^2} = 2 \text{ kN}$$

$$F_{CB.M.Ed} := \frac{2 \cdot M_{CB.Ed}}{L_{CB}} = 0.04 \text{ kN}$$

$$I := F_{CB.Ed} \cdot \cos(\alpha_{CB}) + 2 \cdot F_{CB.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{CB}) = 1.2 \text{ kN}$$

$$II := F_{CB.Ed} \cdot \cos(\alpha_{CB}) - 2 \cdot F_{CB.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{CB}) = 1.04 \text{ kN}$$

$$F_{CB.x.Ed} := \max(I, II) = 1.2 \text{ kN}$$

$$I := F_{CB.Ed} \cdot \sin(\alpha_{CB}) + 2 \cdot F_{CB.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{CB}) = 1.66 \text{ kN}$$

$$II := F_{CB.Ed} \cdot \sin(\alpha_{CB}) - 2 \cdot F_{CB.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{CB}) = 1.66 \text{ kN}$$

$$F_{CB.y.Ed} := \max(|I|, |II|) = 1.66 \text{ kN}$$

$$I := |f_{n.0.k} \cdot L_{CB} \cdot \sin(\gamma_{CB} - \gamma_0 \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{CB}))| = 15.68 \text{ kN}$$

$$II := |f_{v.0.k} \cdot L_{CB} \cdot \cos(\gamma_0)| = 4.97 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rk} := \max(|I|, |II|) = 15.68 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rd} := \frac{F_{x.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{CB.x.Rd} := F_{x.Rd} = 12.06 \text{ kN}$$

$$k := \begin{cases} \text{if } F_{CB.Ed} > 0 \\ \left\| 1 - K_v \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{CB}) \right\| \\ \text{else} \\ \left\| 1 \right\| \end{cases} = 1$$

$$I := |f_{n.90.k} \cdot L_{CB} \cdot \cos(\gamma_{CB})| = 0 \text{ kN}$$

$$II := k \cdot f_{v.90.k} \cdot L_{CB} \cdot \sin(\gamma_{CB}) = 4.26 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rk} := \max(I, II) = 4.26 \text{ kN} \quad kN$$

$$F_{y.Rd} := \frac{F_{y.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{CB.y.Rd} := F_{y.Rd} = 3.28 \text{ kN}$$

Folha de Cálculo - Simulação 1

Verificação da Linha de Ruptura A-C

$$F_{AC.Ed} := \sqrt{V_{AC}^2 + H_{AC}^2} = 1.34 \text{ kN}$$

$$F_{AC.M.Ed} := \frac{2 \cdot M_{AC.Ed}}{L_{AC}} = 0.04 \text{ kN}$$

$$I := F_{AC.Ed} \cdot \cos(\alpha_{AC}) + 2 \cdot F_{AC.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{AC}) = 0.2 \text{ kN}$$

$$II := F_{AC.Ed} \cdot \cos(\alpha_{AC}) - 2 \cdot F_{AC.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{AC}) = 0.2 \text{ kN}$$

$$F_{AC.x.Ed} := \max(|I|, |II|) = 0.2 \text{ kN}$$

$$I := F_{AC.Ed} \cdot \sin(\alpha_{AC}) + 2 \cdot F_{AC.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{AC}) = 1.42 \text{ kN}$$

$$II := F_{AC.Ed} \cdot \sin(\alpha_{AC}) - 2 \cdot F_{AC.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{AC}) = 1.24 \text{ kN}$$

$$F_{AC.y.Ed} := \max(|I|, |II|) = 1.42 \text{ kN}$$

$$I := |f_{n.0.k} \cdot L_{AC} \cdot \sin(\gamma_{AC} - \gamma_0 \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{AC}))| = 0 \text{ kN}$$

$$II := |f_{v.0.k} \cdot L_{AC} \cdot \cos(\gamma_0)| = 7.11 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rk} := \max(I, II) = 7.11 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rd} := \frac{F_{x.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{AC.x.Rd} := F_{x.Rd} = 5.47 \text{ kN}$$

$$k := \begin{cases} \text{if } F_{AC.Ed} > 0 \\ \left\| 1 - K_v \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{AC}) \right\| \\ \text{else} \\ \left\| 1 \right\| \end{cases} = 1$$

$$I := |f_{n.90.k} \cdot L_{AC} \cdot \cos(\gamma_{AC})| = 14 \text{ kN}$$

$$II := k \cdot f_{v.90.k} \cdot L_{AC} \cdot \sin(\gamma_{AC}) = 0 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rk} := \max(I, II) = 14 \text{ kN} \quad kN$$

$$F_{y.Rd} := \frac{F_{y.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{AC.y.Rd} := F_{y.Rd} = 10.77 \text{ kN}$$

Folha de Cálculo - Simulação 1

VERIFICAÇÃO DE RESISTÊNCIA DA CHAPA

Linha B

$$\begin{aligned} F_{B.x.Ed} &= 7.42 \text{ kN} & F_{B.y.Ed} &= 4 \text{ kN} \\ F_{B.x.Rd} &= 36.43 \text{ kN} & F_{B.y.Rd} &= 9.9 \text{ kN} \\ \left(\frac{F_{B.x.Ed}}{F_{B.x.Rd}} \right)^2 + \left(\frac{F_{B.y.Ed}}{F_{B.y.Rd}} \right)^2 &= 0.2 \end{aligned}$$

Linha AB

$$\begin{aligned} F_{AB.x.Ed} &= 0.81 \text{ kN} & F_{AB.y.Ed} &= 0.87 \text{ kN} \\ F_{AB.x.Rd} &= 15.51 \text{ kN} & F_{AB.y.Rd} &= 4.22 \text{ kN} \\ \left(\frac{F_{AB.x.Ed}}{F_{AB.x.Rd}} \right)^2 + \left(\frac{F_{AB.y.Ed}}{F_{AB.y.Rd}} \right)^2 &= 0.05 \end{aligned}$$

Linha CB

$$\begin{aligned} F_{CB.x.Ed} &= 1.2 \text{ kN} & F_{CB.y.Ed} &= 1.66 \text{ kN} \\ F_{CB.x.Rd} &= 12.06 \text{ kN} & F_{CB.y.Rd} &= 3.28 \text{ kN} \\ \left(\frac{F_{CB.x.Ed}}{F_{CB.x.Rd}} \right)^2 + \left(\frac{F_{CB.y.Ed}}{F_{CB.y.Rd}} \right)^2 &= 0.27 \end{aligned}$$

Linha AC

$$\begin{aligned} F_{AC.x.Ed} &= 0.2 \text{ kN} & F_{AC.y.Ed} &= 1.42 \text{ kN} \\ F_{AC.x.Rd} &= 5.47 \text{ kN} & F_{AC.y.Rd} &= 10.77 \text{ kN} \\ \left(\frac{F_{AC.x.Ed}}{F_{AC.x.Rd}} \right)^2 + \left(\frac{F_{AC.y.Ed}}{F_{AC.y.Rd}} \right)^2 &= 0.02 \end{aligned}$$

Apêndice F

Folha de Cálculo – Simulação 2

Folha de Cálculo - Simulação 2

Esforços solicitantes nas linhas de ruptura

Linha B

$$V_B := 0.15 \text{ kN}$$

$$H_B := 0.56 \text{ kN}$$

$$M_{B.Ed} := 0.345 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$L_B := 112 \text{ mm} + 2 \cdot 12 \cdot t = 148 \text{ mm}$$

$$\alpha_B := \text{atan} \left(\left| \frac{H_B}{V_B} \right| \right) = 75^\circ$$

$$\gamma_B := 90^\circ$$

Linha AB

$$V_{AB} := -1.91 \text{ kN}$$

$$H_{AB} := 0.56 \text{ kN}$$

$$M_{AB.Ed} := 0.041 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$L_{AB} := 63 \text{ mm}$$

$$\alpha_{AB} := \text{atan} \left(\left| \frac{H_{AB}}{V_{AB}} \right| \right) = 16.34^\circ$$

$$\gamma_{AB} := 90^\circ$$

Linha CB

$$V_{CB} := 0.6 \text{ kN}$$

$$H_{CB} := 1.9 \text{ kN}$$

$$M_{CB.Ed} := 0.027 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$L_{CB} := 49 \text{ mm}$$

$$\alpha_{CB} := \text{atan} \left(\left| \frac{H_{CB}}{V_{CB}} \right| \right) = 72.47^\circ$$

$$\gamma_{CB} := 90^\circ$$

Linha AC

$$V_{AC} := 0.11 \text{ kN}$$

$$H_{AC} := -1.14 \text{ kN}$$

$$M_{AC.Ed} := -0.033 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$L_{AC} := 70 \text{ mm}$$

$$\alpha_{AC} := \text{atan} \left(\left| \frac{H_{AC}}{V_{AC}} \right| \right) = 84.49^\circ$$

$$\gamma_{AC} := 0^\circ$$

Folha de Cálculo - Simulação 2

Verificação da Linha de Ruptura B

$$F_{B.Ed} := \sqrt{V_B^2 + H_B^2} = 0.58 \text{ kN}$$

$$F_{B.M.Ed} := \frac{2 \cdot M_{B.Ed}}{L_B} = 4.66 \text{ kN}$$

$$I := F_{B.Ed} \cdot \cos(\alpha_B) + 2 \cdot F_{B.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_B) = 9.47 \text{ kN}$$

$$II := F_{B.Ed} \cdot \cos(\alpha_B) - 2 \cdot F_{B.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_B) = -9.17 \text{ kN}$$

$$F_{B.x.Ed} := \max(|I|, |II|) = 9.47 \text{ kN}$$

$$I := F_{B.Ed} \cdot \sin(\alpha_B) + 2 \cdot F_{B.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_B) = 0.56 \text{ kN}$$

$$II := F_{B.Ed} \cdot \sin(\alpha_B) - 2 \cdot F_{B.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_B) = 0.56 \text{ kN}$$

$$F_{B.y.Ed} := \max(|I|, |II|) = 0.56 \text{ kN}$$

$$I := |f_{n.0.k} \cdot L_B \cdot \sin(\gamma_B - \gamma_0 \cdot \sin(2 \cdot \gamma_B))| = 47.36 \text{ kN}$$

$$II := |f_{v.0.k} \cdot L_B \cdot \cos(\gamma_0)| = 15.02 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rk} := \max(I, II) = 47.36 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rd} := \frac{F_{x.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{B.x.Rd} := F_{x.Rd} = 36.43 \text{ kN}$$

$$k := \begin{cases} \text{if } F_{B.Ed} > 0 \\ \left| 1 - K_v \cdot \sin(2 \cdot \gamma_B) \right| \\ \text{else} \\ 1 \end{cases} = 1$$

$$I := |f_{n.0.k} \cdot L_B \cdot \cos(\gamma_B)| = 0 \text{ kN}$$

$$II := k \cdot f_{v.90.k} \cdot L_B \cdot \sin(\gamma_B) = 12.88 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rk} := \max(I, II) = 12.88 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rd} := \frac{F_{y.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{B.y.Rd} := F_{y.Rd} = 9.9 \text{ kN}$$

Folha de Cálculo - Simulação 2

Verificação da Linha de Ruptura A-B

$$F_{AB.Ed} := \sqrt{V_{AB}^2 + H_{AB}^2} = 1.99 \text{ kN}$$

$$F_{AB.M.Ed} := \frac{2 \cdot M_{AB.Ed}}{L_{AB}} = 1.3 \text{ kN}$$

$$I := F_{AB.Ed} \cdot \cos(\alpha_{AB}) + 2 \cdot F_{AB.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{AB}) = 4.51 \text{ kN}$$

$$II := F_{AB.Ed} \cdot \cos(\alpha_{AB}) - 2 \cdot F_{AB.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{AB}) = -0.69 \text{ kN}$$

$$F_{AB.x.Ed} := \max(|I|, |II|) = 4.51 \text{ kN}$$

$$I := F_{AB.Ed} \cdot \sin(\alpha_{AB}) + 2 \cdot F_{AB.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{AB}) = 0.56 \text{ kN}$$

$$II := F_{AB.Ed} \cdot \sin(\alpha_{AB}) - 2 \cdot F_{AB.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{AB}) = 0.56 \text{ kN}$$

$$F_{AB.y.Ed} := \max(|I|, |II|) = 0.56 \text{ kN}$$

$$I := |f_{n.0.k} \cdot L_{AB} \cdot \sin(\gamma_{CB} - \gamma_0 \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{AB}))| = 20.16 \text{ kN}$$

$$II := |f_{v.0.k} \cdot L_{AB} \cdot \cos(\gamma_0)| = 6.4 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rk} := \max(I, II) = 20.16 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rd} := \frac{F_{x.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{AB.x.Rd} := F_{x.Rd} = 15.51 \text{ kN}$$

$$k := \begin{cases} \text{if } F_{AB.Ed} > 0 \\ \left| 1 - K_v \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{AB}) \right| \\ \text{else} \\ 1 \end{cases} = 1$$

$$I := |f_{n.90.k} \cdot L_{AB} \cdot \cos(\gamma_{AB})| = 0 \text{ kN}$$

$$II := k \cdot f_{v.90.k} \cdot L_{AB} \cdot \sin(\gamma_{AB}) = 5.48 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rk} := \max(I, II) = 5.48 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rd} := \frac{F_{y.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{AB.y.Rd} := F_{y.Rd} = 4.22 \text{ kN}$$

Folha de Cálculo - Simulação 2

Verificação da Linha de Ruptura C-B

$$F_{CB.Ed} := \sqrt{V_{CB}^2 + H_{CB}^2} = 1.99 \text{ kN}$$

$$F_{CB.M.Ed} := \frac{2 \cdot M_{CB.Ed}}{L_{CB}} = 1.1 \text{ kN}$$

$$I := F_{CB.Ed} \cdot \cos \langle \alpha_{CB} \rangle + 2 \cdot F_{CB.M.Ed} \cdot \sin \langle \gamma_{CB} \rangle = 2.8 \text{ kN}$$

$$II := F_{CB.Ed} \cdot \cos \langle \alpha_{CB} \rangle - 2 \cdot F_{CB.M.Ed} \cdot \sin \langle \gamma_{CB} \rangle = -1.6 \text{ kN}$$

$$F_{CB.x.Ed} := \max(I, II) = 2.8 \text{ kN}$$

$$I := F_{CB.Ed} \cdot \sin \langle \alpha_{CB} \rangle + 2 \cdot F_{CB.M.Ed} \cdot \cos \langle \gamma_{CB} \rangle = 1.9 \text{ kN}$$

$$II := F_{CB.Ed} \cdot \sin \langle \alpha_{CB} \rangle - 2 \cdot F_{CB.M.Ed} \cdot \cos \langle \gamma_{CB} \rangle = 1.9 \text{ kN}$$

$$F_{CB.y.Ed} := \max(|I|, |II|) = 1.9 \text{ kN}$$

$$I := |f_{n.0.k} \cdot L_{CB} \cdot \sin \langle \gamma_{CB} - \gamma_0 \cdot \sin \langle 2 \cdot \gamma_{CB} \rangle \rangle| = 15.68 \text{ kN}$$

$$II := |f_{v.0.k} \cdot L_{CB} \cdot \cos \langle \gamma_0 \rangle| = 4.97 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rk} := \max(|I|, |II|) = 15.68 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rd} := \frac{F_{x.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{CB.x.Rd} := F_{x.Rd} = 12.06 \text{ kN}$$

$$k := \begin{cases} \text{if } F_{CB.Ed} > 0 \\ \left\| 1 - K_v \cdot \sin \langle 2 \cdot \gamma_{CB} \rangle \right\| \\ \text{else} \\ \left\| 1 \right\| \end{cases} = 1$$

$$I := |f_{n.90.k} \cdot L_{CB} \cdot \cos \langle \gamma_{CB} \rangle| = 0 \text{ kN}$$

$$II := k \cdot f_{v.90.k} \cdot L_{CB} \cdot \sin \langle \gamma_{CB} \rangle = 4.26 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rk} := \max(I, II) = 4.26 \text{ kN} \quad kN$$

$$F_{y.Rd} := \frac{F_{y.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{CB.y.Rd} := F_{y.Rd} = 3.28 \text{ kN}$$

Folha de Cálculo - Simulação 2

Verificação da Linha de Ruptura A-C

$$F_{AC.Ed} := \sqrt{V_{AC}^2 + H_{AC}^2} = 1.15 \text{ kN}$$

$$F_{AC.M.Ed} := \frac{2 \cdot M_{AC.Ed}}{L_{AC}} = -0.94 \text{ kN}$$

$$I := F_{AC.Ed} \cdot \cos(\alpha_{AC}) + 2 \cdot F_{AC.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{AC}) = 0.11 \text{ kN}$$

$$II := F_{AC.Ed} \cdot \cos(\alpha_{AC}) - 2 \cdot F_{AC.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{AC}) = 0.11 \text{ kN}$$

$$F_{AC.x.Ed} := \max(|I|, |II|) = 0.11 \text{ kN}$$

$$I := F_{AC.Ed} \cdot \sin(\alpha_{AC}) + 2 \cdot F_{AC.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{AC}) = -0.75 \text{ kN}$$

$$II := F_{AC.Ed} \cdot \sin(\alpha_{AC}) - 2 \cdot F_{AC.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{AC}) = 3.03 \text{ kN}$$

$$F_{AC.y.Ed} := \max(|I|, |II|) = 3.03 \text{ kN}$$

$$I := |f_{n.0.k} \cdot L_{AC} \cdot \sin(\gamma_{AC} - \gamma_0 \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{AC}))| = 0 \text{ kN}$$

$$II := |f_{v.0.k} \cdot L_{AC} \cdot \cos(\gamma_0)| = 7.11 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rk} := \max(I, II) = 7.11 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rd} := \frac{F_{x.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{AC.x.Rd} := F_{x.Rd} = 5.47 \text{ kN}$$

$$k := \begin{cases} \text{if } F_{AC.Ed} > 0 \\ \left\| 1 - K_v \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{AC}) \right\| \\ \text{else} \\ \left\| 1 \right\| \end{cases} = 1$$

$$I := |f_{n.90.k} \cdot L_{AC} \cdot \cos(\gamma_{AC})| = 14 \text{ kN}$$

$$II := k \cdot f_{v.90.k} \cdot L_{AC} \cdot \sin(\gamma_{AC}) = 0 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rk} := \max(I, II) = 14 \text{ kN} \quad kN$$

$$F_{y.Rd} := \frac{F_{y.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{AC.y.Rd} := F_{y.Rd} = 10.77 \text{ kN}$$

Folha de Cálculo - Simulação 2

VERIFICAÇÃO DE RESISTÊNCIA DA CHAPA

Linha B

$$\begin{aligned} F_{B.x.Ed} &= 9.47 \text{ kN} & F_{B.y.Ed} &= 0.56 \text{ kN} \\ F_{B.x.Rd} &= 36.43 \text{ kN} & F_{B.y.Rd} &= 9.9 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\left(\frac{F_{B.x.Ed}}{F_{B.x.Rd}} \right)^2 + \left(\frac{F_{B.y.Ed}}{F_{B.y.Rd}} \right)^2 = 0.07$$

Linha AB

$$\begin{aligned} F_{AB.x.Ed} &= 4.51 \text{ kN} & F_{AB.y.Ed} &= 0.56 \text{ kN} \\ F_{AB.x.Rd} &= 15.51 \text{ kN} & F_{AB.y.Rd} &= 4.22 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\left(\frac{F_{AB.x.Ed}}{F_{AB.x.Rd}} \right)^2 + \left(\frac{F_{AB.y.Ed}}{F_{AB.y.Rd}} \right)^2 = 0.1$$

Linha CB

$$\begin{aligned} F_{CB.x.Ed} &= 2.8 \text{ kN} & F_{CB.y.Ed} &= 1.9 \text{ kN} \\ F_{CB.x.Rd} &= 12.06 \text{ kN} & F_{CB.y.Rd} &= 3.28 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\left(\frac{F_{CB.x.Ed}}{F_{CB.x.Rd}} \right)^2 + \left(\frac{F_{CB.y.Ed}}{F_{CB.y.Rd}} \right)^2 = 0.39$$

Linha AC

$$\begin{aligned} F_{AC.x.Ed} &= 0.11 \text{ kN} & F_{AC.y.Ed} &= 3.03 \text{ kN} \\ F_{AC.x.Rd} &= 5.47 \text{ kN} & F_{AC.y.Rd} &= 10.77 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\left(\frac{F_{AC.x.Ed}}{F_{AC.x.Rd}} \right)^2 + \left(\frac{F_{AC.y.Ed}}{F_{AC.y.Rd}} \right)^2 = 0.08$$

Apêndice G

Folha de Cálculo – Combinação Crítica

Folha de Cálculo - Combinação Crítica

Esforços solicitantes nas linhas de ruptura

Linha B

$$V_B := 1.85 \text{ kN}$$

$$H_B := 4 \text{ kN}$$

$$M_{B.Ed} := 0.345 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$L_B := 112 \text{ mm} + 2 \cdot 12 \cdot t = 148 \text{ mm}$$

$$\alpha_B := \text{atan} \left(\left| \frac{H_B}{V_B} \right| \right) = 65.18^\circ$$

$$\gamma_B := 90^\circ$$

Linha AB

$$V_{AB} := 2.18 \text{ kN}$$

$$H_{AB} := -2.25 \text{ kN}$$

$$M_{AB.Ed} := -0.120 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$L_{AB} := 63 \text{ mm}$$

$$\alpha_{AB} := \text{atan} \left(\left| \frac{H_{AB}}{V_{AB}} \right| \right) = 45.91^\circ$$

$$\gamma_{AB} := 90^\circ$$

Linha CB

$$V_{CB} := -4 \text{ kN}$$

$$H_{CB} := -2.505 \text{ kN}$$

$$M_{CB.Ed} := -0.09 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$L_{CB} := 49 \text{ mm}$$

$$\alpha_{CB} := \text{atan} \left(\left| \frac{H_{CB}}{V_{CB}} \right| \right) = 32.06^\circ$$

$$\gamma_{CB} := 90^\circ$$

Linha AC

$$V_{AC} := 2.55 \text{ kN}$$

$$H_{AC} := -1.719 \text{ kN}$$

$$M_{AC.Ed} := 0.124 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$L_{AC} := 70 \text{ mm}$$

$$\alpha_{AC} := \text{atan} \left(\left| \frac{H_{AC}}{V_{AC}} \right| \right) = 33.98^\circ$$

$$\gamma_{AC} := 0^\circ$$

Folha de Cálculo - Combinação Crítica

Verificação da Linha de Ruptura B

$$F_{B.Ed} := \sqrt{V_B^2 + H_B^2} = 4.41 \text{ kN}$$

$$F_{B.M.Ed} := \frac{2 \cdot M_{B.Ed}}{L_B} = 4.66 \text{ kN}$$

$$I := F_{B.Ed} \cdot \cos(\alpha_B) + 2 \cdot F_{B.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_B) = 11.17 \text{ kN}$$

$$II := F_{B.Ed} \cdot \cos(\alpha_B) - 2 \cdot F_{B.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_B) = -7.47 \text{ kN}$$

$$F_{B.x.Ed} := \max(|I|, |II|) = 11.17 \text{ kN}$$

$$I := F_{B.Ed} \cdot \sin(\alpha_B) + 2 \cdot F_{B.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_B) = 4 \text{ kN}$$

$$II := F_{B.Ed} \cdot \sin(\alpha_B) - 2 \cdot F_{B.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_B) = 4 \text{ kN}$$

$$F_{B.y.Ed} := \max(|I|, |II|) = 4 \text{ kN}$$

$$I := |f_{n.0.k} \cdot L_B \cdot \sin(\gamma_B - \gamma_0 \cdot \sin(2 \cdot \gamma_B))| = 47.36 \text{ kN}$$

$$II := |f_{v.0.k} \cdot L_B \cdot \cos(\gamma_0)| = 15.02 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rk} := \max(I, II) = 47.36 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rd} := \frac{F_{x.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{B.x.Rd} := F_{x.Rd} = 36.43 \text{ kN}$$

$$k := \begin{cases} \text{if } F_{B.Ed} > 0 \\ \left| 1 - K_v \cdot \sin(2 \cdot \gamma_B) \right| \\ \text{else} \\ 1 \end{cases} = 1$$

$$I := |f_{n.0.k} \cdot L_B \cdot \cos(\gamma_B)| = 0 \text{ kN}$$

$$II := k \cdot f_{v.90.k} \cdot L_B \cdot \sin(\gamma_B) = 12.88 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rk} := \max(I, II) = 12.88 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rd} := \frac{F_{y.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{B.y.Rd} := F_{y.Rd} = 9.9 \text{ kN}$$

Folha de Cálculo - Combinação Crítica

Verificação da Linha de Ruptura A-B

$$F_{AB.Ed} := \sqrt{V_{AB}^2 + H_{AB}^2} = 3.13 \text{ kN}$$

$$F_{AB.M.Ed} := \frac{2 \cdot M_{AB.Ed}}{L_{AB}} = -3.81 \text{ kN}$$

$$I := F_{AB.Ed} \cdot \cos(\alpha_{AB}) + 2 \cdot F_{AB.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{AB}) = -5.44 \text{ kN}$$

$$II := F_{AB.Ed} \cdot \cos(\alpha_{AB}) - 2 \cdot F_{AB.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{AB}) = 9.8 \text{ kN}$$

$$F_{AB.x.Ed} := \max(|I|, |II|) = 9.8 \text{ kN}$$

$$I := F_{AB.Ed} \cdot \sin(\alpha_{AB}) + 2 \cdot F_{AB.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{AB}) = 2.25 \text{ kN}$$

$$II := F_{AB.Ed} \cdot \sin(\alpha_{AB}) - 2 \cdot F_{AB.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{AB}) = 2.25 \text{ kN}$$

$$F_{AB.y.Ed} := \max(|I|, |II|) = 2.25 \text{ kN}$$

$$I := |f_{n.0.k} \cdot L_{AB} \cdot \sin(\gamma_{CB} - \gamma_0 \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{AB}))| = 20.16 \text{ kN}$$

$$II := |f_{v.0.k} \cdot L_{AB} \cdot \cos(\gamma_0)| = 6.4 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rk} := \max(I, II) = 20.16 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rd} := \frac{F_{x.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{AB.x.Rd} := F_{x.Rd} = 15.51 \text{ kN}$$

$$k := \begin{cases} \text{if } F_{AB.Ed} > 0 \\ \left| 1 - K_v \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{AB}) \right| \\ \text{else} \\ 1 \end{cases} = 1$$

$$I := |f_{n.90.k} \cdot L_{AB} \cdot \cos(\gamma_{AB})| = 0 \text{ kN}$$

$$II := k \cdot f_{v.90.k} \cdot L_{AB} \cdot \sin(\gamma_{AB}) = 5.48 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rk} := \max(I, II) = 5.48 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rd} := \frac{F_{y.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{AB.y.Rd} := F_{y.Rd} = 4.22 \text{ kN}$$

Folha de Cálculo - Combinação Crítica

Verificação da Linha de Ruptura C-B

$$F_{CB.Ed} := \sqrt{V_{CB}^2 + H_{CB}^2} = 4.72 \text{ kN}$$

$$F_{CB.M.Ed} := \frac{2 \cdot M_{CB.Ed}}{L_{CB}} = -3.67 \text{ kN}$$

$$I := F_{CB.Ed} \cdot \cos \langle \alpha_{CB} \rangle + 2 \cdot F_{CB.M.Ed} \cdot \sin \langle \gamma_{CB} \rangle = -3.35 \text{ kN}$$

$$II := F_{CB.Ed} \cdot \cos \langle \alpha_{CB} \rangle - 2 \cdot F_{CB.M.Ed} \cdot \sin \langle \gamma_{CB} \rangle = 11.35 \text{ kN}$$

$$F_{CB.x.Ed} := \max(I, II) = 11.35 \text{ kN}$$

$$I := F_{CB.Ed} \cdot \sin \langle \alpha_{CB} \rangle + 2 \cdot F_{CB.M.Ed} \cdot \cos \langle \gamma_{CB} \rangle = 2.51 \text{ kN}$$

$$II := F_{CB.Ed} \cdot \sin \langle \alpha_{CB} \rangle - 2 \cdot F_{CB.M.Ed} \cdot \cos \langle \gamma_{CB} \rangle = 2.51 \text{ kN}$$

$$F_{CB.y.Ed} := \max(|I|, |II|) = 2.51 \text{ kN}$$

$$I := |f_{n.0.k} \cdot L_{CB} \cdot \sin \langle \gamma_{CB} - \gamma_0 \cdot \sin \langle 2 \cdot \gamma_{CB} \rangle \rangle| = 15.68 \text{ kN}$$

$$II := |f_{v.0.k} \cdot L_{CB} \cdot \cos \langle \gamma_0 \rangle| = 4.97 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rk} := \max(|I|, |II|) = 15.68 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rd} := \frac{F_{x.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{CB.x.Rd} := F_{x.Rd} = 12.06 \text{ kN}$$

$$k := \begin{cases} \text{if } F_{CB.Ed} > 0 \\ \left\| 1 - K_v \cdot \sin \langle 2 \cdot \gamma_{CB} \rangle \right\| \\ \text{else} \\ \left\| 1 \right\| \end{cases} = 1$$

$$I := |f_{n.90.k} \cdot L_{CB} \cdot \cos \langle \gamma_{CB} \rangle| = 0 \text{ kN}$$

$$II := k \cdot f_{v.90.k} \cdot L_{CB} \cdot \sin \langle \gamma_{CB} \rangle = 4.26 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rk} := \max(I, II) = 4.26 \text{ kN} \quad kN$$

$$F_{y.Rd} := \frac{F_{y.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{CB.y.Rd} := F_{y.Rd} = 3.28 \text{ kN}$$

Folha de Cálculo - Combinação Crítica

Verificação da Linha de Ruptura A-C

$$F_{AC.Ed} := \sqrt{V_{AC}^2 + H_{AC}^2} = 3.08 \text{ kN}$$

$$F_{AC.M.Ed} := \frac{2 \cdot M_{AC.Ed}}{L_{AC}} = 3.54 \text{ kN}$$

$$I := F_{AC.Ed} \cdot \cos(\alpha_{AC}) + 2 \cdot F_{AC.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{AC}) = 2.55 \text{ kN}$$

$$II := F_{AC.Ed} \cdot \cos(\alpha_{AC}) - 2 \cdot F_{AC.M.Ed} \cdot \sin(\gamma_{AC}) = 2.55 \text{ kN}$$

$$F_{AC.x.Ed} := \max(|I|, |II|) = 2.55 \text{ kN}$$

$$I := F_{AC.Ed} \cdot \sin(\alpha_{AC}) + 2 \cdot F_{AC.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{AC}) = 8.8 \text{ kN}$$

$$II := F_{AC.Ed} \cdot \sin(\alpha_{AC}) - 2 \cdot F_{AC.M.Ed} \cdot \cos(\gamma_{AC}) = -5.37 \text{ kN}$$

$$F_{AC.y.Ed} := \max(|I|, |II|) = 8.8 \text{ kN}$$

$$I := |f_{n.0.k} \cdot L_{AC} \cdot \sin(\gamma_{AC} - \gamma_0 \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{AC}))| = 0 \text{ kN}$$

$$II := |f_{v.0.k} \cdot L_{AC} \cdot \cos(\gamma_0)| = 7.11 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rk} := \max(I, II) = 7.11 \text{ kN}$$

$$F_{x.Rd} := \frac{F_{x.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{AC.x.Rd} := F_{x.Rd} = 5.47 \text{ kN}$$

$$k := \begin{cases} \text{if } F_{AC.Ed} > 0 \\ \left\| 1 - K_v \cdot \sin(2 \cdot \gamma_{AC}) \right\| \\ \text{else} \\ \left\| 1 \right\| \end{cases} = 1$$

$$I := |f_{n.90.k} \cdot L_{AC} \cdot \cos(\gamma_{AC})| = 14 \text{ kN}$$

$$II := k \cdot f_{v.90.k} \cdot L_{AC} \cdot \sin(\gamma_{AC}) = 0 \text{ kN}$$

$$F_{y.Rk} := \max(I, II) = 14 \text{ kN} \quad kN$$

$$F_{y.Rd} := \frac{F_{y.Rk}}{\gamma_M} \quad F_{AC.y.Rd} := F_{y.Rd} = 10.77 \text{ kN}$$

Folha de Cálculo - Combinação Crítica

VERIFICAÇÃO DE RESISTÊNCIA DA CHAPA

Linha B

$$\begin{aligned} F_{B.x.Ed} &= 11.17 \text{ kN} & F_{B.y.Ed} &= 4 \text{ kN} \\ F_{B.x.Rd} &= 36.43 \text{ kN} & F_{B.y.Rd} &= 9.9 \text{ kN} \\ \left(\frac{F_{B.x.Ed}}{F_{B.x.Rd}} \right)^2 + \left(\frac{F_{B.y.Ed}}{F_{B.y.Rd}} \right)^2 &= 0.26 \end{aligned}$$

Linha AB

$$\begin{aligned} F_{AB.x.Ed} &= 9.8 \text{ kN} & F_{AB.y.Ed} &= 2.25 \text{ kN} \\ F_{AB.x.Rd} &= 15.51 \text{ kN} & F_{AB.y.Rd} &= 4.22 \text{ kN} \\ \left(\frac{F_{AB.x.Ed}}{F_{AB.x.Rd}} \right)^2 + \left(\frac{F_{AB.y.Ed}}{F_{AB.y.Rd}} \right)^2 &= 0.68 \end{aligned}$$

Linha CB

$$\begin{aligned} F_{CB.x.Ed} &= 11.35 \text{ kN} & F_{CB.y.Ed} &= 2.51 \text{ kN} \\ F_{CB.x.Rd} &= 12.06 \text{ kN} & F_{CB.y.Rd} &= 3.28 \text{ kN} \\ \left(\frac{F_{CB.x.Ed}}{F_{CB.x.Rd}} \right)^2 + \left(\frac{F_{CB.y.Ed}}{F_{CB.y.Rd}} \right)^2 &= 1.47 \end{aligned}$$

Linha AC

$$\begin{aligned} F_{AC.x.Ed} &= 2.55 \text{ kN} & F_{AC.y.Ed} &= 8.8 \text{ kN} \\ F_{AC.x.Rd} &= 5.47 \text{ kN} & F_{AC.y.Rd} &= 10.77 \text{ kN} \\ \left(\frac{F_{AC.x.Ed}}{F_{AC.x.Rd}} \right)^2 + \left(\frac{F_{AC.y.Ed}}{F_{AC.y.Rd}} \right)^2 &= 0.89 \end{aligned}$$